

---



# FUNGSI BIAYA

---



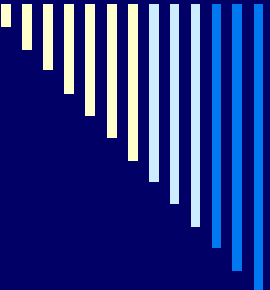
## Macam-macam Biaya :

**Biaya Tetap (*Fixed Cost* : FC)** yaitu, merupakan balas jasa dari pada pemakaian faktor produksi tetap (*fixed factor*), yaitu biaya yang dikeluarkan terhadap penggunaan faktor produksi yang tetap dimana besar kecilnya biaya ini tidak dipengaruhi oleh besar kecilnya output yang dihasilkan.

**Biaya tidak tetap (*Variabel cost* : VC)**, yaitu merupakan biaya yang dikeluarkan sebagai balas jasa atas pemakaian variabel faktor, yang besar kecilnya dipengaruhi langsung oleh besar kecilnya output.

**Biaya Total (*Total cost* : TC)**, yaitu merupakan jumlah keseluruhan dari biaya tetap dan biaya tidak tetap.

---



**Biaya Rata-rata (*Average Cost* : **AC**)**, yaitu merupakan ongkos persatu satuan output; baik untuk biaya rata-rata tetap (*average fixed cost*) dan biaya rata-rata variabel (*average variable cost*) dan rata-rata total (*average total cost*), diperoleh dengan jalan membagi biaya Total dengan jumlah output yang dihasilkan.

**Biaya Marginal (*Marginal cost* : **MC**)**, yaitu merupakan biaya tambahan yang diakibatkan dari penambahan satu-satuan unit output.

**Biaya Tetap Rata-Rata (*Average fixed cost* : **AFC**)**, biaya hasil bagi biaya tetap dengan jumlah yang dihasilkan.

**Biaya Variabel Rata-Rata (*Average Variable cost* : **AVC**)**, diperoleh dengan jalan membagi biaya variabel dengan jumlah produk yang dihasilkan.

---



## RUMUS :

Biaya tetap	:	$FC = k$ (k=konstanta)
Biaya variable	:	$VC = f(Q)$
Biaya total	:	$TC = FC + VC = k + f(Q) = f(Q)$
Biaya tetap rata-rata	:	$AFC = FC / Q$
Biaya variable rata-rata	:	$AVC = VC / Q$
Biaya rata-rata	:	$AC = TV / Q = AFC + AVC$
Biaya marjinal	:	$MC = \Delta TC / \Delta Q$

---



## Contoh kasus 1 :

Biaya total yang dikeluarkan oleh sebuah perusahaan ditunjukkan oleh persamaan  $TC = 2Q^2 - 24Q + 102$ .

- Pada tingkat produksi berapa unit biaya total (TC) ini minimum ?
  - Hitunglah besarnya biaya total minimum tersebut !
  - Hitung pula besarnya biaya tetap (FC), biaya variable (VC), biaya rata-rata (AC), biaya tetap rata-rata (AFC) dan biaya variable rata-rata (AVC) pada tingkat produksi tadi !
  - Seandainya dari kedudukan ini produksinya dinaikkan 1 unit, berapa besarnya biaya marjinal (MC) ?
-



Jawab :

Untuk TC minimum maka  $\rightarrow dTC / dQ = 0$

$$TC = 2Q^2 - 24Q + 102$$

$$dTC / dQ = 4Q - 24 = 0$$

$$Q = 6$$

Untuk  $Q = 6 \rightarrow$  besarnya TC minimum adalah

$$TC = 2Q^2 - 24Q + 102$$

$$TC = 2(6)^2 - 24(6) + 102$$

$$TC = 30$$

Selanjutnya pada  $Q = 6$  ini :

$$FC = 102$$

$$VC = 2Q^2 - 24Q = 2(6)^2 - 24(6) = -72$$

$$AC = TC / Q = 30 / 6 = 5$$

$$AFC = FC / Q = 102 / 6 = 17$$

$$AVC = VC / Q = -72 / 6 = -12$$



---

Seandainya produksi dinaikkan 1 unit, maka :

$$Q = 7$$

$$TC = 2Q^2 - 24Q + 102$$

$$TC = 2(7)^2 - 24(7) + 102$$

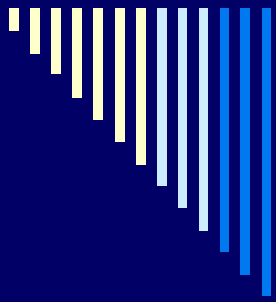
$$TC = 32$$

$$MC = \Delta TC / \Delta Q$$

$$MC = (32 - 30) / (7 - 6)$$

$$MC = 2$$

---

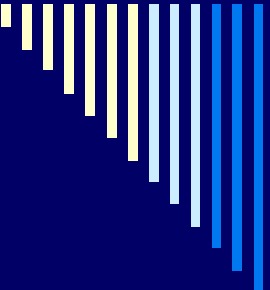


---

# FUNGSI PENERIMAAN

---





Penerimaan total (total revenue, TR) merupakan fungsi dari jumlah barang, juga merupakan hasil kali jumlah barang dengan harga barang per unit.

Penerimaan rata-rata (average revenue, AR) ialah penerimaan yang diperoleh per unit barang, merupakan hasil bagi penerimaan total terhadap jumlah barang.

Penerimaan marjinal (marginal revenue, MR) ialah penerimaan tambahan yang diperoleh dari setiap tambahan satu unit barang yang dihasilkan atau terjual.

RUMUS :

Penerimaan total :  $TR = Q \times P = f(Q)$

Penerimaan rata-rata :  $AR = TR / Q$

Penerimaan marjinal :  $MR = \Delta TR / \Delta Q$

---



## Contoh kasus 2 :

Fungsi permintaan yang dihadapi oleh seorang produsen monopolis ditunjukkan oleh  $P = 900 - 1,5Q$ .

- Bagaimana persamaan penerimaan totalnya (TR) ?
  - Berapa besarnya penerimaan total (TR) jika terjual barang sebanyak 200 unit, dan berapa harga jual (P) per unit ?
  - Hitunglah penerimaan marjinal (MR) dari penjualan sebanyak 200 unit menjadi 250 unit !
  - Tentukan tingkat penjualan (Q) yang menghasilkan penerimaan total maksimum, dan besarnya penerimaan total (TR) maksimum tersebut !
-



Jawab :

$$P = 900 - 1,5Q \quad \rightarrow \quad TR = Q \times P$$

$$TR = Q \times ( 900 - 1,5Q )$$

$$TR = 900Q - 1,5Q^2$$

Jika  $Q = 200$  maka  $TR = 900(200) - 1,5(200)^2$

$$TR = 120.000$$

$$P = 900 - 1,5Q \quad \rightarrow \quad P = 900 - 1,5(200)$$

$$P = 600$$

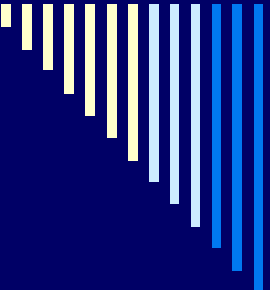
atau  $P = R / Q$

$$P = 120.000 / 200$$

$$P = 600$$

Jika  $Q = 250$  maka  $TR = 900(250) - 1,5(250)^2$

$$TR = 131.250$$


$$\begin{aligned}MR &= \Delta TR / \Delta Q \\ &= (131.250 - 120.000) / (250 - 200) \\ &= 225\end{aligned}$$

Untuk TR maksimum maka  $\rightarrow dTR / dQ = 0$

$$TR = 900Q - 1,5Q^2$$

maka

$$dTR / dQ = 900 - 3Q = 0$$

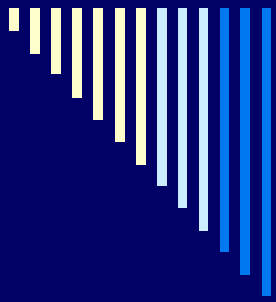
$$Q = 300$$

Untuk  $Q = 300 \rightarrow$  besarnya TR maksimum adalah

$$TR = 900Q - 1,5Q^2$$

$$TR = 900(300) - 1,5(300)^2$$

$$TR = 135.000$$



---

# KEUNTUNGAN / LABA

---

# Analisis Keuntungan Maksimum

Tingkat produksi yang memberikan keuntungan maksimum, atau menimbulkan kerugian maksimum, dapat disidik dengan pendekatan diferensial.

$$\pi = TR - TC$$

$$\pi \text{ optimum jika } \pi' = 0$$

Untuk mengetahui apakah  $\pi' = 0$  adalah keuntungan maksimum ataukah kerugian maksimum, perlu diuji melalui derivatif kedua dari fungsi  $\pi$

Jika  $\pi'' < 0 \rightarrow \pi$  maksimum  $\equiv$  keuntungan maksimum  
Jika  $\pi'' > 0 \rightarrow \pi$  minimum  $\equiv$  Kerugian maksimum

## Contoh kasus 3 :

Jika diketahui fungsi permintaan dari suatu perusahaan  $P=557-0,2Q$  dan fungsi biaya total adalah  $TC=0,05Q^3 - 0,2Q^2 + 17Q + 7000$ , maka:

- Berapakah jumlah output yang harus dijual supaya produsen memperoleh laba yang maksimum?
- Berapakah laba maksimum tersebut?
- Berapakah harga jual per unit produk?
- Berapakah biaya total yang dikeluarkan oleh perusahaan?
- Berapakah penerimaan total yang diperoleh dari perusahaan?

Penyelesaian:

$$TR = P \cdot Q = (557-0,2Q)Q = 557Q - 0,2Q^2$$

$$\pi = TR - TC$$

$$= (557Q - 0,2Q^2) - (0,05Q^3 - 0,2Q^2 + 17Q + 7.000)$$

$$= -0,05Q^3 + 540Q + 7000$$

$$\frac{d \pi}{d Q} = -0,15Q^2 + 540 = 0$$

dQ

$$0,15Q^2 = 540$$

$$Q^2 = 3.600$$

$$Q = \sqrt{3.600} = \pm 60$$

$$\frac{d^2 \pi}{d Q^2} = -0,3Q$$

d Q<sup>2</sup>

Jika Q=60, maka  $\frac{d^2 \pi}{d Q^2} = -0,3Q (60) = -18 < 0$  (maksimum)

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } \pi_{\text{maks}} &= -0,05(60)^3 + 540(60) + 7.000 \\ &= -0,05(216.000) + 32.400 + 7.000 \\ &= -10.800 + 32.400 + 7.000 = 14.600 \end{aligned}$$

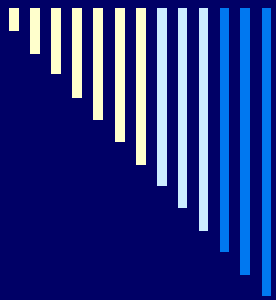
Karena Q = 60, maka

$$P = 557 - 0,2(60) = 557 - 12 = 545$$

$$TC = 0,05(60)^3 - 0,2(60)^2 + 17(60) + 7.000 = 18.100$$

$$TR = 557(60) - 0,2(60)^2 = 32.700$$





**Jadi, dapat disimpulkan bahwa perusahaan harus menjual produknya seharga Rp. 545 per unit, dengan produk sebanyak 60 unit agar dapat memaksimumkan laba sebesar Rp. 14.600 di mana penerimaan total perusahaan adalah sebesar Rp. 32.700 dan biaya total yang dikeluarkan adalah sebesar Rp. 18.100.**

1. Jika diketahui fungsi biaya total dari suatu perusahaan adalah  $TC = 0,2 Q^2 + 500Q + 8000$ . Carilah fungsi Biaya Rata-rata, Berapakah jumlah produk yang dihasilkan agar biaya rata-rata minimum, Berapa nilai biaya rata-rata minimum tersebut?
2. Jika suatu perusahaan Manufaktur ingin menghasilkan suatu produk, dimana fungsi biaya total telah diketahui adalah  $TC = 0,1Q^3 - 18Q^2 + 1700Q + 34000$ . Carilah fungsi Biaya Marginal, Berapakah jumlah produk yang dihasilkan agar biaya marginal minimum?, Berapakah nilai Biaya Marginal tersebut?
3. Jika fungsi permintaan  $P = 18 - 3Q$ . Hitung TR Maksimumnya ?
4. Penerimaan total yang diperoleh sebuah perusahaan ditunjukkan oleh persamaan  $TR = - 0,10 Q^2 + 20 Q$ , sedangkan biaya total yang dikeluarkan  $TC = 0,25 Q^3 - 3Q^2 + 7 Q + 20$ . Hitung Laba perusahaan ini jika dihasilkan dan terjual barang sebanyak 10 dan 20 unit.
5. Pertanyaan sama dengan no 4.  $TR = -2Q^2 + 1000Q$  dan  $TC = Q^3 - 59Q^2 + 1315Q + 2000$

# Soal 1

Jika diketahui fungsi biaya total dari suatu perusahaan adalah

$$TC = 0,2 Q^2 + 500Q + 8000$$

- (a) Carilah fungsi Biaya Rata-rata!
- (b) Berapakah jumlah produk yang dihasilkan agar biaya rata-rata minimum?
- (c) Berapa nilai biaya rata-rata minimum tersebut?

# Penyelesaian

(a) Fungsi Biaya Rata-rata :

$$AC = TC/Q$$

$$AC = (0,2 Q^2 + 500Q + 8000)/Q$$

$$AC = 0,2 Q + 500 + 8000/Q$$

$$d(AC)/dQ = 0,2 - 8000Q^{-2} = 0$$

$$0,2 = 8000/Q^2$$

$$Q^2 = 8000/0,2 = 40000$$

$$Q = 200$$

$$\begin{aligned} (a) AC_{\min} &= [0,2 (200)^2 + 500(200) + 8000]/200 \\ &= 116000/200 \\ &= 580 \end{aligned}$$

## Soal 2

Jika suatu perusahaan Manufaktur ingin menghasilkan suatu produk, dimana fungsi biaya total telah diketahui adalah

$$TC = 0,1Q^3 - 18Q^2 + 1700Q + 34000$$

- (a) Carilah fungsi Biaya Marginal!
- (b) Berapakah jumlah produk yang dihasilkan agar biaya marginal minimum?
- (c) Berapakah nilai Biaya Marginal tersebut?

# Penyelesaian

(a) Fungsi biaya marginal diperoleh dari derivatif pertama fungsi biaya total :

$$MC = d(TC)/dQ = 0,3Q^2 - 36Q + 1700$$

(b) Mencari jumlah Produk minimum dengan mencari derivatif pertama dari MC sama dengan nol :

$$d(MC)/dQ = 0,6Q - 36 = 0$$

$$0,6Q = 36$$

$$Q = 60$$

(a) Untuk mendapatkan  $MC_{\min}$ , substitusikan  $Q = 60$  ke dalam persamaan MC :

$$MC_{\min} = 0,3(60)^2 - 36(60) + 1700 = 620$$

# Soal 3

Jika diketahui fungsi permintaan adalah :

$$P = 18 - 3Q$$

Hitunglah Penerimaan Total Maksimum. Dan Gambarkanlah Kurva AR, MR, dan TR!

# Soal 4

Penerimaan total yang diperoleh sebuah perusahaan ditunjukkan oleh persamaan  $TR = - 0,10 Q^2 + 20 Q$ , sedangkan biaya total yang dikeluarkan  $TC = 0,25 Q^3 - 3Q^2 + 7 Q + 20$ . Hitung Laba ( $\pi$ ) perusahaan ini jika dihasilkan dan terjual barang sebanyak 10 dan 20 unit.

Jawab :

$$TR = - 0,10 Q^2 + 20 Q$$

$$TC = 0,25 Q^3 - 3Q^2 + 7 Q + 20$$

$$\pi = TR - TC$$

$$\pi = ( - 0,10 Q^2 + 20 Q ) - ( 0,25 Q^3 - 3Q^2 + 7 Q + 20 )$$

$$\pi = - 0,10 Q^2 + 20 Q - 0,25 Q^3 + 3Q^2 - 7 Q - 20$$

$$\pi = - 0,25 Q^3 + 2,90 Q^2 + 13 Q - 20$$



$$\begin{aligned}\text{Jika } Q = 10 &\rightarrow \pi = -0,25 Q^3 + 2,90 Q^2 + 13 Q - 20 \\ \pi &= -0,25 (10)^3 + 2,90 (10)^2 + 13 (10) - 20 \\ \pi &= -0,25 (1000) + 2,90 (100) + 13 (10) - 20 \\ \pi &= -250 + 290 + 130 - 20 \\ \pi &= 150 \rightarrow (\text{keuntungan})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jika } Q = 20 &\rightarrow \pi = -0,25 Q^3 + 2,90 Q^2 + 13 Q - 20 \\ \pi &= -0,25 (20)^3 + 2,90 (20)^2 + 13 (20) - 20 \\ \pi &= -0,25 (8000) + 2,90 (400) + 13 (20) - 20 \\ \pi &= -2000 + 1160 + 260 - 20 \\ \pi &= -600 \rightarrow (\text{kerugian})\end{aligned}$$

# Soal 5

Andaikan :

$$TR = -2Q^2 + 1000Q$$

$$TC = Q^3 - 59Q^2 + 1315Q + 2000$$

Maka:

$$\pi = TR - TC$$

$$\pi = (-2Q^2 + 1000Q) - (Q^3 - 59Q^2 + 1315Q + 2000)$$

$$\pi = -Q^3 + 57Q^2 - 315Q - 2000$$

$$\pi = -Q^3 + 57Q^2 - 315Q - 2000$$

Maka, agar keuntungan maksimum:

$$\pi' = 0$$

$$-3Q^2 + 114Q - 315 = 0$$

$$Q_1 = 3 ; Q_2 = 35$$

$$\pi'' = -6Q + 114$$

$$Q = 3, \text{ maka } \pi'' = 96 \quad \leftarrow > 0$$

$$Q = 35, \text{ maka } \pi'' = -96 \quad \leftarrow < 0$$

Maka tingkat produksi yang menghasilkan keuntungan maksimum adalah  $Q = 35$  unit, dengan besar keuntungannya adalah

$$\pi = -(35)^3 + 57(35)^2 - 315(35) - 2000 = 13.925$$



Jika  $TR = 45Q - 0,5Q^2$  Dan  $TC = Q^3 - 8Q^2 + 57Q + 2$

Maka  $\pi_{\max} = \dots$

JAWAB :

$$\pi = TR - TC$$

$$\pi = 45Q - 0,5Q^2 - (Q^3 - 8Q^2 + 57Q + 2)$$

$$\pi = 45Q - 0,5Q^2 - Q^3 + 8Q^2 - 57Q - 2$$

$$\pi = -Q^3 + 7,5Q^2 - 12Q - 2$$

$$M\pi = 0$$

$$M\pi = -3Q^2 + 15Q - 12 = 0$$

$$Q^2 - 5Q + 4 = 0$$

$$\dots \times \dots = 4$$

$$\dots + \dots = -5$$

$$(Q - 1)(Q - 4) = 0$$

$$Q_1 = 1 \quad Q_2 = 4$$



$$M\pi = -3Q^2 + 15Q - 12$$

$$M\pi' = -6Q + 15$$

Test  $Q_1$  dan  $Q_2$  ke  $M\pi'$

$$Q_1 = 1 \text{ ke } M\pi' = -6(1) + 15 = 9 > 0 \\ \text{(min)}$$

$$Q_2 = 4 \text{ ke } M\pi' = -6(4) + 15 = -9 < 0 \\ \text{(max)}$$

$Q_2 = 4$  merupakan  $\pi_{\max}$ ,

$$\pi_{\max} = -Q^3 + 7,5Q^2 - 12Q - 2$$

$$\pi_{\max} = -(4)^3 + 7,5(4)^2 - 12(4) - 2 \\ = \$6$$

Sumber :

1. Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi edisi kedua oleh Dumairy.
2. Modul Matematika Ekonomi oleh Agus Sukoco, Dosen Universitas Narotama Surabaya.