

# PENGARUH TEGANGAN GESER KRITIS TERHADAP PERFORMANSI PELUMASAN PADA MICRO-SLIDER BEARING DENGAN PERMUKAAN SLIP

M. Tauviquirrahman<sup>1,2</sup>, R. Ismail<sup>1,2</sup>, Jamari<sup>2</sup>, and D.J. Schipper<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratory for Surface Technology and Tribology,  
Faculty of Engineering Technology, University of Twente  
Drienerloolaan 5, Postbus 217, 7500 AE, Enschede, The Netherlands  
Email: [mtauviq99@yahoo.com](mailto:mtauviq99@yahoo.com)

<sup>2</sup>Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro  
Jl. Prof. Soedharto, UNDIP Tembalang, Semarang, Indonesia, Telepon: 024-7460059

## ABSTRAK

Mekanika fluida merupakan salah satu ilmu pengetahuan dasar yang tertua dan paling dasar dalam aplikasi keteknikan. Mekanika fluida klasik dan mekanika pelumasan didasarkan pada asumsi yang sama, yaitu tidak terjadi slip pada antarmuka solid dan fluid, atau dikenal dengan kondisi batas no-slip. Meskipun kondisi batas no-slip telah digunakan dalam beberapa literatur keteknikan, terjadinya slip di bawah kondisi tertentu merupakan masalah yang menantang baik dalam mekanika fluida dan mekanika pelumasan. Perilaku micro-slider bearing tergantung pada kondisi batas antarmuka antara pelumas dan permukaan solid. Sistem micro-bearing yang layak cukup penting untuk mesin-mesin rotary berskala mikro pada MEMS (Micro-electro-mechanical-system) seperti halnya motor dan turbin berskala mikro. Dalam tulisan ini, model tegangan geser kritis digunakan untuk memodelkan slip dalam analisis satu-dimensi pelumasan hidrodinamik pada micro-slider bearing. Model ini mengasumsikan bahwa no-slip terjadi pada antarmuka solid/liquid jika tegangan geser permukaan lebih kecil dari tegangan geser kritis, dan sebaliknya slip akan terjadi jika tegangan geser mencapai tegangan geser kritis. Analisis numerik micro-slider bearing dengan kondisi slip menunjukkan bahwa tegangan geser kritis antarmuka memiliki pengaruh yang kuat terhadap performansi hidrodinamika kontak yang terlubrikasi. Hasil numerik juga menunjukkan bahwa tegangan geser kritis meningkatkan kapasitas pembawa beban pada harga tegangan geser kritis awal yang besar dan akan mengurangi performansi pelumasan pada tegangan geser kritis yang lebih rendah.

**Kata kunci:** MEMS, Pelumasan, Slip, Tegangan geser kritis

## 1. PENDAHULUAN

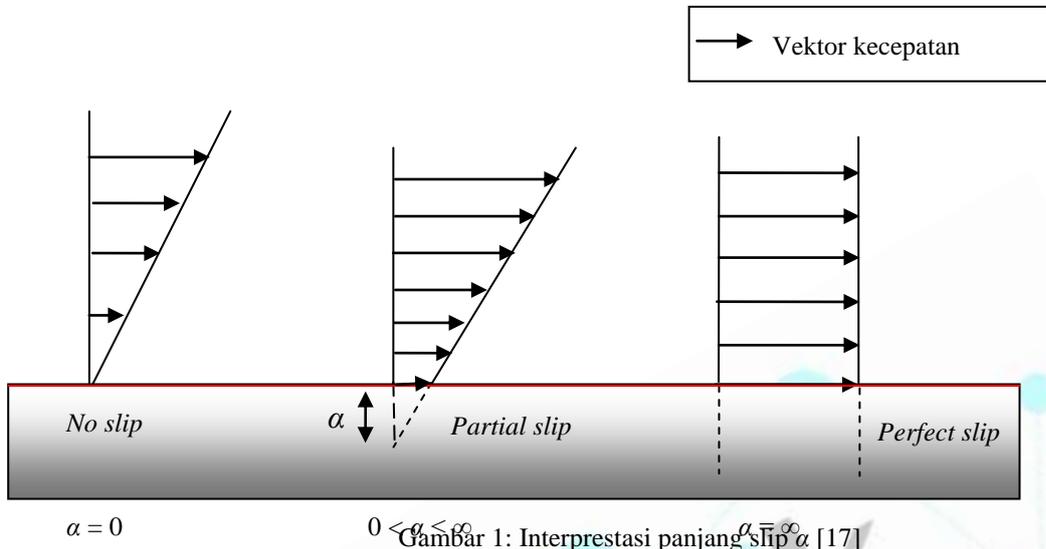
Selama ratusan tahun, kondisi batas no-slip telah digunakan secara universal sebagai kondisi batas pada antarmuka liquid dan permukaan dinding. Kondisi batas no-slip telah diterapkan dalam dunia *engineering*, eksperimen, dan juga hampir semua *rheology* atau pengukuran viskositas fluida. Meskipun demikian, dengan adanya kemajuan teknologi pengukuran, bukti adanya slip dalam eksperimen fisik dalam bidang mekanika fluida skala-makro dan mikro mendorong untuk meninjau kembali penggunaan kondisi batas no-slip.

Kondisi batas slip telah menerima banyak perhatian dalam berbagai aliran fluida, termasuk diantaranya dalam aliran polymer [1], aliran gas dalam MEMS [2], dan aliran fluida dalam sistem pelumasan hidrodinamik [3-10]. Slip biasanya dijelaskan dalam model *slip length* pada laju geser yang rendah [11-15] dan model tegangan geser kritis [3-10] pada laju geser yang besar.

Model slip yang paling sering digunakan adalah model *slip length*. Model ini pertama kali diajukan oleh Navier [16] yang menyatakan bahwa kecepatan slip berbanding lurus dengan laju geser pada antarmuka. Model ini menggunakan suatu parameter panjang, yang disebut dengan panjang slip untuk memprediksi kecepatan slip antarmuka, yang ditulis sebagai:

$$V_s = \alpha \dot{\gamma} \quad (1)$$

dimana  $V_s$  adalah kecepatan slip,  $\alpha$  adalah panjang slip dan nilainya konstan untuk antarmuka yang sama, dan  $\dot{\gamma}$  adalah laju geser lokal. Kondisi batas dievaluasi pada permukaan. Panjang slip adalah jarak di bawah antarmuka yang mana kecepatan liquid diekstrapolasi ke nol (Gambar 1). Untuk aliran geser murni, panjang slip  $\alpha$  dapat diinterpretasi sebagai jarak fiktif di bawah permukaan dimana kondisi batas no-slip terpenuhi. Panjang slip tidak tergantung pada jenis aliran dan lebar *channel*. Meskipun demikian panjang slip berhubungan erat dengan fluida dekat solid, karena ditentukan oleh interaksi molekul fluid-solid [17]. Untuk polymer,  $\alpha$  bisa mencapai 10 sampai 100  $\mu\text{m}$  [12].



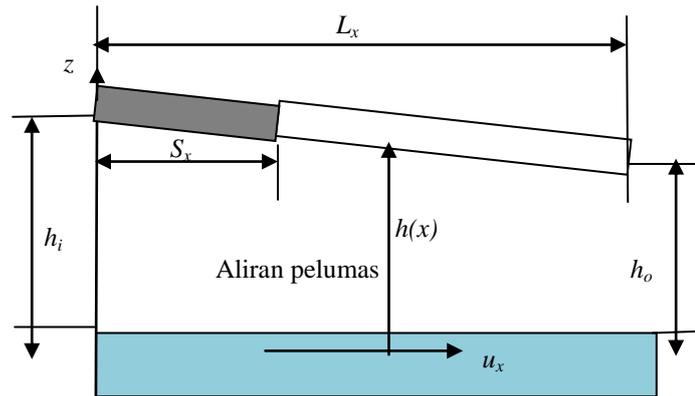
Gambar 1: Interpretasi panjang slip  $\alpha$  [17]

Dengan menggunakan model tegangan geser kritis, telah ditunjukkan bahwa performansi pelumasan hidrodinamik dengan kondisi slip pada kontak yang terlubrikasi dikontrol oleh tegangan geser kritis antara dua permukaan [3-10]. Spikes [3-4] mempelajari perilaku mekanik *half-wetted bearing* dan menemukan bahwa kondisi batas slip dapat mengurangi gesekan dan sekaligus menaikkan kapasitas pembawa beban. Ketika tegangan geser permukaan mencapai suatu nilai kritis, maka slip akan terjadi, dan sebaliknya jika belum mencapai nilai kritis maka no-slip akan terjadi. Wu *et al.* [10] menginvestigasi analisis pelumasan *slider bearing* dengan permukaan slip heterogen. Optimasi untuk permukaan slip heterogen ini dapat mendorong ke perancangan *slider bearing* yang optimal dengan tekanan hidrodinamik yang besar dan gesekan yang kecil.

Tulisan ini mempelajari kapasitas pembawa beban hidrodinamik pada kontak yang terlubrikasi berdasarkan model tegangan geser kritis. Meskipun demikian, tegangan geser kritis yang digunakan dalam tulisan ini berbeda dengan apa yang dijelaskan dalam Referensi [5-10] yang mana tegangan geser kritis merupakan fungsi tekanan lokal. Dalam analisis ini, model tegangan geser kritis yang dikembangkan pada dasarnya adalah merupakan modifikasi model “panjang slip” yang mengasumsikan bahwa kecepatan slip terjadi setelah tegangan geser permukaan mencapai tegangan geser kritis, serupa dengan apa yang dilakukan oleh Fortier dan Salant [18]. Meskipun demikian, dalam studi mereka, ketidakstabilan numerik ditemukan ketika tegangan geser kritis tidak sama dengan nol. Oleh karena itu, eksplorasi pentingnya tegangan geser kritis terhadap analisis pelumasan tidak dapat dilakukan. Dalam studi ini, kesulitan-kesulitan numerik seperti halnya di atas tidak ditemukan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengidentifikasi pentingnya memasukkan tegangan geser kritis dalam pemodelan dan pengaruhnya dalam analisis mekanisme terlubrikasi heterogen slip/no-slip pada *micro-slider bearing*.

## 2. METODE ANALISIS MATEMATIK

Gambar 2 menyajikan skema *micro-slider bearing* dengan pola heterogen, yaitu pola permukaan yang terdiri dari area slip dan no-slip. Permukaan bawah tanpa slip bergerak dengan kecepatan  $u_x$ . Permukaan atas yang mengandung dua zone permukaan dengan sifat slip yang berbeda, diatur diam. Pada sisi kiri di permukaan atas ( $x$  berkisar dari 0 sampai  $S_x$ ), slip dibuat terjadi. Meskipun demikian, dalam kisaran  $x$  dari  $S_x$  ke  $L_x$ , no-slip tidak diijinkan. Dalam studi ini, istilah kondisi batas “heterogen” ditujukan untuk permukaan semacam ini.

Gambar 2. Skema *slider micro-bearing* dengan kondisi batas heterogen

Aliran pelumas antara permukaan diam dan slider yang bergerak dimodelkan dengan menggunakan persamaan Reynolds modifikasi, yang memasukkan unsur slip. Persamaan ini diturunkan dan ditulis sebagai berikut:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left( 1 + \frac{3\alpha}{h+\alpha} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( 6u_x h \left( 1 + \frac{\alpha}{h+\alpha} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( 6\tau_c \left( \frac{\frac{\alpha}{\mu} h^2}{h + \frac{\alpha}{\mu}} \right) \right) \quad (2)$$

Dimana  $p$  adalah tekanan lokal,  $h$  ketebalan film,  $\mu$  viskositas dinamik dan  $\tau_c$  tegangan geser kritis. Persamaan (2) adalah persamaan umum untuk lokasi dimana tegangan geser antarmuka melebihi nilai kritis. Jika tegangan geser kritis dan panjang slip diatur ke nol, persamaan (2) berkurang ke persamaan Reynolds klasik. Dalam area dimana tegangan geser kritis tidak dilewati, persamaan Reynolds standar (no-slip) akan digunakan.

Persamaan Reynolds modifikasi didiskretisasi sepanjang aliran dengan menggunakan metode beda hingga, dan dipecahkan dengan menggunakan metode *alternating direction implicit* (ADI). Dalam metode ini, satu garis nodal dipecahkan sementara nodal-nodal yang lain diasumsikan diketahui dan dijaga konstan. Solusi dilakukan sepanjang garis yang ada dalam satu arah dan kemudian di *switch* ke garis-garis dalam arah yang berlawanan. Untuk satu garis nodal dipecahkan dengan menggunakan *Tri-Diagonal Matrix Algorithm* (TDMA).

Kapasitas pembawa beban didefinisikan sebagai:

$$w = \int_0^{L_x} p(x) dx \quad (3)$$

Perhitungan gesekan ditentukan dengan cara mengintegrasikan tegangan geser pada permukaan bawah. Tegangan geser untuk area slip diberikan oleh:

$$\tau = -\frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \left\{ \frac{h+2\alpha}{h+\alpha} \right\} - \frac{\eta u_x}{h+\alpha} - \frac{\alpha}{h+\alpha} \tau_c \quad (4)$$

Dengan cara mengatur panjang slip  $\alpha$  ke nol, Persamaan (4) dapat diterapkan untuk menghitung gesekan pada area no-slip.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1. Kondisi No-slip

Untuk memvalidasi skema numerik yang digunakan dengan menggunakan metode *alternating direction implicit* (ADI) dan *tridiagonal matrix algorithm* (TDMA), persamaan klasik Reynolds (kondisi no-slip) diselesaikan secara numerik untuk menghitung distribusi tekanan dan gesekan pada *micro-slider bearing*. Untuk selanjutnya, hasil yang diperoleh dibandingkan dengan solusi analitik berdasarkan hasil kerja Cameron [19] sebagai berikut:

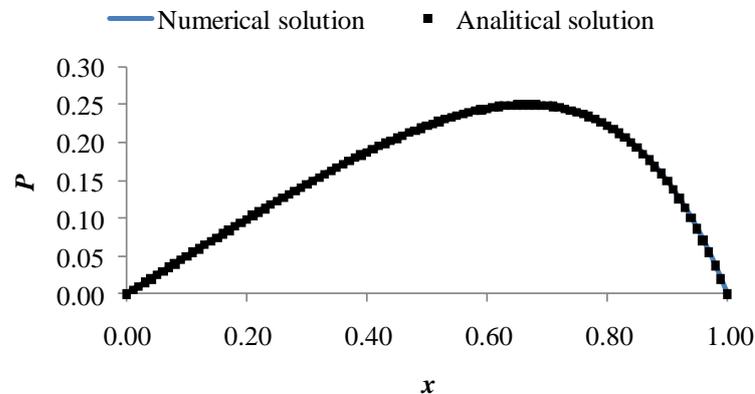
$$p = \frac{6u_x \eta L_x}{h_o^2} \frac{K \frac{x}{L_x} \left(1 - \frac{x}{L_x}\right)}{\left(2 + K\right) \left(1 + K - K \frac{x}{L_x}\right)^2} \quad (5)$$

untuk distribusi tekanan dimana  $K = h^* - 1$ , serta

$$f = \frac{L_x \eta u_x}{h_o} \left( \frac{4 \ln(1 + K)}{K} - \frac{6}{(2 + K)} \right) \quad (6)$$

untuk gesekan per satuan lebar.

Hasil-hasil numerik untuk distribusi tekanan tak berdimensi ( $P = ph_o^2 / \eta L_x u_x$ ) sepanjang dinding bawah *bearing* yang diperbandingkan dengan pendekatan Reynolds klasik ditunjukkan dalam Gambar 3. Dapat dilihat bahwa kesalahan maksimum hanyalah 0.01% antara solusi analitik dengan hasil numerik untuk perhitungan tekanan.



Gambar 3: Distribusi tekanan yang di-normalize sepanjang dinding bawah

Perbandingan antara gaya gesek tak berdimensi ( $F = fh_o / \eta L_x u_x$  dimana  $f$  gaya gesek per satuan panjang) yang diperoleh dari prediksi numerik dan solusi analitik disajikan dalam Tabel 1. Seperti kecenderungan grafik tekanan (Gb. 3), gesekan hasil perhitungan numerik menunjukkan kesesuaian yang sangat baik dengan solusi analitik. Perlu dicatat bahwa hasil-hasil perhitungan diperoleh dari studi pencarian *independent-mesh*. Oleh karena itu, metode ADI dengan *tridiagonal matrix algorithm* dapat digunakan lebih lanjut untuk mensimulasikan dan memecahkan persamaan Reynolds modifikasi dengan kondisi kondisi slip dinding.

Tabel 1. Perbandingan antara solusi analitik yang ditunjukkan dengan oleh Cameron [19] dengan simulasi numerik dengan menggunakan metode ADI.

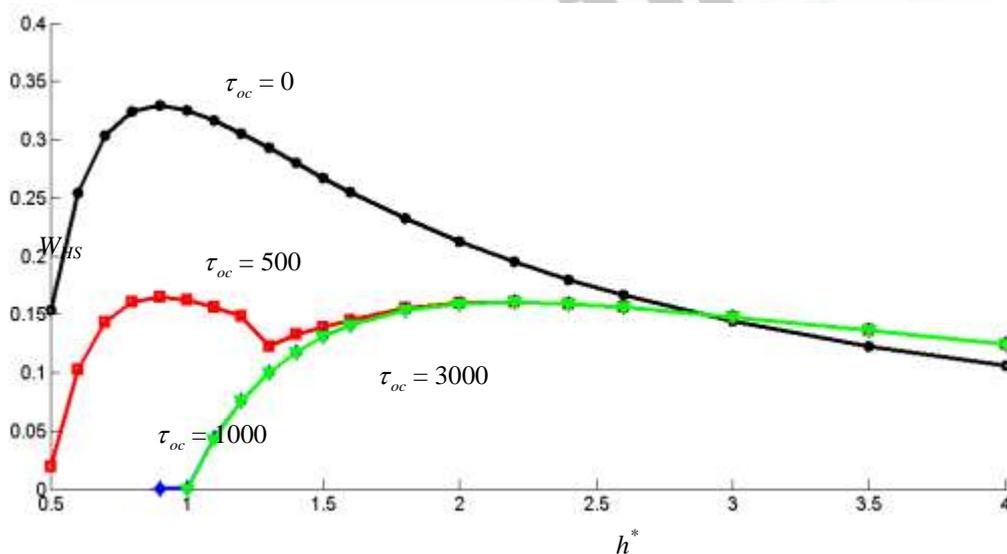
	Gesekan tak berdimensi, $F$
Solusi analitik [19]	0.77
Prediksi numerik	0.77

### 3.2. Kondisi slip heterogen dengan tegangan geser kritis

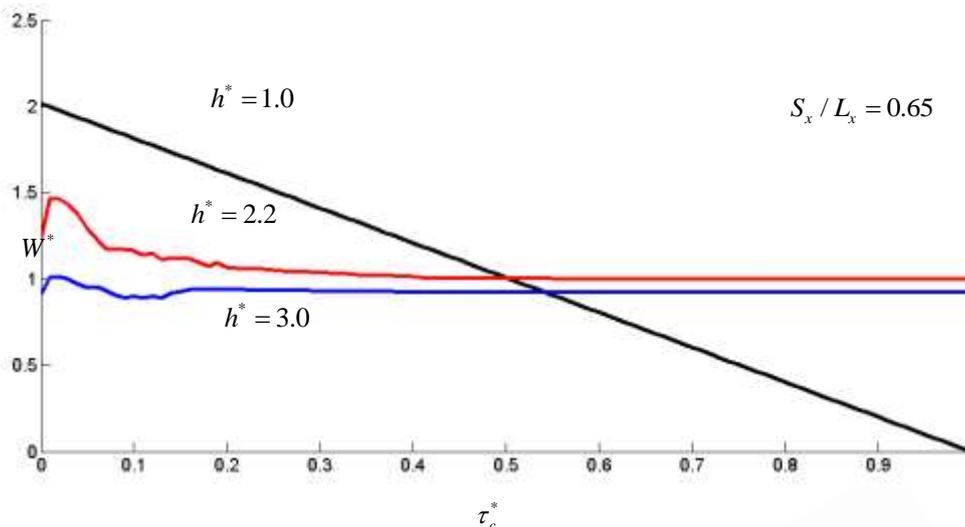
Pada bagian ini, domain komputasi seperti yang disajikan dalam Gambar 2 akan dipecahkan dengan menggunakan metode numerik ADI dan TDMA. Persamaan Reynolds modifikasi dengan memasukkan tegangan geser kritis selain parameter panjang slip sebagai kriteria slip didiskretisasi dengan menggunakan metode volume hingga. Kode komputer yang ditulis dalam bahasa C++ dihasilkan untuk menghitung tekanan dan selanjutnya kapasitas pembawa beban,  $W$ . Ada dua hal yang diamati dalam studi ini, yaitu pengaruh tegangan geser kritis terhadap kapasitas pembawa beban untuk berbagai nilai rasio inklinasi. Perlu dicatat bahwa kondisi slip diletakkan pada daerah input kontak terlubrikasi dalam *micro-slider bearing*.

Gambar 4 menunjukkan perilaku pengaruh rasio inklinasi,  $h^*$ , terhadap kapasitas pembawa beban pada *micro-slider bearing* dengan permukaan slip heterogen untuk beberapa nilai tegangan geser kritis. Ketika tegangan geser tak berdimensi  $\tau^* = 3$ , tidak ada slip yang terjadi dan *micro-bearing* berperilaku seperti *micro-bearing* pada umumnya. Ketika  $\tau^* = 0$ , daerah yang dibuat slip menjadi permukaan slip sempurna.

Gambar 5 menunjukkan rasio kapasitas pembawa beban hidrodinamik pada permukaan kontak heterogen versus tegangan geser kritis untuk beberapa harga rasio inklinasi. Pada rasio inklinasi yang kecil, dalam hal ini  $h^* = 1$ , kapasitas pembawa beban berkurang dengan meningkatnya tegangan geser kritis. Meskipun demikian, pada rasio inklinasi yang besar, tegangan geser kritis hanya memiliki pengaruh yang kecil terdapa kapasitas pembawa beban.



Gambar 4: Pengaruh rasio inklinasi,  $h^*$  terhadap kapasitas pembawa beban,  $W_{HS}$  pada *micro-slide bearing* dengan kondisi slip heterogen ( $S_x/L_x = 0.65$ ) untuk beberapa nilai tegangan geser kritis.



Gambar 5: Pengaruh tegangan geser kritis tak berdimensi terhadap rasio kapasitas pembawa beban antara *micro-slider bearing* dengan kondisi batas heterogen dengan *micro-slider bearing* tradisional,  $W^*$ .

Dari kedua grafik yang dihasilkan bahwa pemodelan slip dengan menggunakan model modifikasi panjang slip (*modified slip length model*) yang didiskretisasi dengan metode volume hingga mampu menghasilkan kecenderungan hasil yang sama seperti yang telah dikerjakan oleh Wu dkk. [10]. Dalam kerja mereka [10], slip dimodelkan dengan menggunakan model tegangan geser kritis sebagai fungsi tekanan lokal dan didiskretisasi dengan metode elemen hingga. *Quadratic linear programming* digunakan untuk menghitung persamaan Reynolds yang dimodifikasi sebagai masalah optimasi. Jika dibandingkan dengan metode ADI dan TDMA dalam studi ini, tingkat kesulitan jauh lebih rendah dibanding dengan apa yang dijelaskan dalam Referensi [10]. Hal ini dikarenakan dalam studi ini, persamaan Reynolds modifikasi dihasilkan tanpa mencari formula variasi sesuai dengan kondisi batas yang ada.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis numerik seperti yang didiskusikan di bagian sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa slip dinding memiliki pengaruh perilaku hidrodinamik pada *micro-slider bearing*. Beberapa kesimpulan dapat diuraikan sebagai berikut:

- (1) Untuk kasus kondisi no-slip, korelasi yang sangat sesuai antara solusi eksak dengan solusi numerik diperoleh untuk perhitungan distribusi tekanan dan gaya gesek pada *micro-slider bearing*.
- (2) Untuk kasus kontak dengan pola permukaan slip heterogen pada permukaan parallel, telah diperoleh tegangan geser kritis memiliki pengaruh yang signifikan. Tegangan geser kritis meningkatkan kapasitas pembawa beban pada harga tegangan geser kritis awal yang besar dan akan mengurangi performansi pelumasan pada tegangan geser kritis yang lebih rendah.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Barnes, H.A., "A review of the slip (wall depletion) of polymer solutions, emulsions and particle suspensions in viscometers: its cause, character, and cure", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 56, pp. 221-51, 1995.
- [2] Lee, Y.B., Kwak, H.D., Kim, C.H dan Lee, N.S., "Numerical prediction of slip flow effect on gas-lubricated journal bearings for MEMS/MST-based micro-rotating machinery", *Tribol. Int.*, Vol. 38, pp. 89-96, 2005
- [3] H.A. Spikes, "The half-wetted bearing. Part 1: extended Reynolds equation," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, vol. 217, pp. 1 – 14, 2003.
- [4] H.A. Spikes, "The half-wetted bearing. Part 2: Potential application in low load contacts," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* vol. 217, pp. 15 – 26, 2003.
- [5] Wu, C.W., dan Ma, G.J., "Abnormal behavior of a hydrodynamic lubrication journal bearing caused by wall slip," *Tribology International* vol. 38, 492 – 499, 2005.

- [6] Wu, C.W., dan Sun, H.X. "Quadratic programming algorithm for wall slip and free boundary pressure condition," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 50, 131 – 145, 2006
- [7] Wu, C.W., dan Ma, G.J., "On the boundary slip of fluid flow," *Science in China Series*, vol. G-48, 178 – 187, 2005.
- [8] Ma, G.J., Wu, C.W., dan Zhou, P., "Wall slip and hydrodynamics of two-dimensional journal bearing," *Tribology International* vol. 40, 1056 –1066, 2007.
- [9] Ma, G.J., Wu, C.W., dan Zhou, P., "Multi linearity algorithm for wall slip in two dimensional gap flow," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 69, 2469 – 2484, 2007.
- [10] Wu, C.W., Ma, G.J., dan Zhou, P., "Low friction and high load support capacity of slider bearing with a mixed slip surface," *ASME-Journal of Tribology*, vol. 128, pp. 904 – 907, 2006.
- [11] Pit, R., Hervet, H., dan Leger, L., "Direct experimental evidence of slip in hexadecane: solid interfaces," *Physical Review Letters* vol. 85, 980 – 983, 2000.
- [12] Craig, V.S.J., Neto, C., dan Williams, D.R.M., "Shear-dependent boundary slip in an aqueous Newtonian liquid," *Physical Review Letters*, 87, 054504, 2001.
- [13] Bonaccorso, E., Butt, H.J., dan Craig, V.S.J., "Surface roughness and hydrodynamic boundary slip of a Newtonian fluid in a completely wetting system," *Physical Review Letters*, vol. 90, 144501, 2003.
- [14] Zhu, Y., dan Granick, S., "Rate-dependent slip of Newtonian liquid at smooth surface," *Physical Review Letters*, vol. 87, 096105, 2001.
- [15] Zhu, Y., dan Granick, S., "Limits of the hydrodynamic no-slip boundary condition," *Physical Review Letters*, vol. 88, 106102, 2002.
- [16] Navier, C.L.M.H., "Mémoire sur les lois du mouvement des fluides," *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France*, vol. 6, 389 – 440, 1823.
- [17] Lauga, E., Brenner, M.P., dan Stone, H.A. *Microfluidic: the no-slip boundary condition. Handbook of Experimental Fluid Dynamics*, Tropea C., Yarin A., Foss J. F. (Eds.), Springer, New-York, 2007.
- [18] Fortier, A.E., dan Salant, R.F., "Numerical analysis of a journal bearing with a heterogeneous slip/no-slip surfaces," *ASME-Journal of Tribology*, vol. 127, pp. 820 – 825, 2005.
- [19] Cameron, A., *The Principles of Lubrication*, Longman Green and Co., ltd, London, 1966.