

PERBANDINGAN ANTARA TAPIS KALMAN DAN TAPIS EKSPONENSIAL PADA SENSOR ACCELEROMETER DAN SENSOR GYROSCOPE

Wahyudi¹ dan Wahyu Widada²

¹Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Diponegoro
Jln. Prof. Soedarto, SH Tembalang Semarang
Email : wahyuditinom@yahoo.com

²Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional (LAPAN)
Jln. Raya Lapan, Rumpin, Bogor
Email : w_widada@yahoo.com

ABSTRAK

Suatu tapis yang baik adalah yang dapat menghilangkan derau dari suatu isyarat, sehingga informasi yang ada pada isyarat tersebut dapat digunakan. Tapis kalman merupakan salah satu tapis yang dapat digunakan untuk mengatasi permasalahan tapis linear, dimana suatu sistem yang menggunakan tapis Kalman harus dapat disajikan dalam dua persamaan, yaitu persamaan state dan persamaan keluaran. Perhitungan estimasi pada tapis Kalman merupakan solusi dengan meminimalkan rata-rata dari kuadrat galat. Tapis eksponensial merupakan tapis rekursif linear yang sederhana. Perancangan tapis eksponensial dilakukan dengan menentukan suatu nilai konstanta, secara matematis perhitungan tapis ini lebih sederhana dibandingkan dengan tapis Kalman.

Pada makalah ini dibandingkan kinerja tapis Kalman dan tapis eksponensial terhadap isyarat keluaran sensor accelerometer dan gyroscope. Keluaran sensor tersebut disimulasikan sebagai isyarat sinusoida yang ditambahkan derau acak yang berdistribusi normal. Hasil yang diamati adalah kemampuan kedua tapis dalam menghilangkan derau, yaitu dengan melihat nilai root mean square (RMS) dari galat pada keluaran tapis jika dibandingkan dengan pada saat sistem diberi masukan isyarat sinuoida murni (tanpa derau) dan pengaruh waktu cuplik (sampling). Hasil yang diperoleh adalah bahwa semakin kecil nilai waktu cuplik, kedua tapis mempunyai RMS galat yang semakin kecil, namun RMS galat yang dihasilkan dari tapis Kalman lebih kecil jika dibandingkan dengan yang dihasilkan tapis eksponensial.

Katakunci: Kalman, Eksponensial, Accelerometer, Gyroscope, RMS

1. PENDAHULUAN

Sebagian besar isyarat keluaran suatu sensor mengandung derau, sehingga untuk mendapatkan isyarat yang dikehendaki, keluaran sensor harus ditapis. Keluaran sensor accelerometer berupa tegangan yang sebanding dengan percepatan gerak sensor (mV/g), dengan g adalah percepatan gravitasi bumi. Integral sekali terhadap keluaran sensor didapatkan data kecepatan, dan integral dua kali terhadap keluaran sensor diperoleh data jarak. Keluaran sensor gyroscope berupa tegangan yang sebanding dengan kecepatan sudut (mV/°/s), sehingga dengan melakukan integral sekali terhadap isyarat keluaran sensor didapatkan data sudut.

Suatu tapis yang baik harus dapat menghilangkan derau yang menyertai isyarat, sehingga informasi yang ada pada isyarat dapat diproses lebih lanjut. Tapis Kalman mulai dikenal banyak orang sekitar tahun 1960 [2], ketika R.E. Kalman mempublikasikan makalahnya yang merupakan solusi *recursive* tentang masalah tapis pada proses yang linear. Suatu proses yang menggunakan tapis Kalman untuk menapis derau harus dapat disajikan dalam dua persamaan, yaitu persamaan *state* (*process*) dan persamaan keluaran. Masing-masing persamaan mempunyai derau dan kedua derau saling bebas, sehingga tidak ada korelasi silang antara kedua derau. Metode yang dilakukan pada perhitungan dengan menggunakan tapis Kalman adalah meminimalkan rerata kuadrat galat, sehingga akan dihasilkan nilai perhitungan yang optimal. Tapis eksponensial merupakan tapis rekursif sederhana, tapis ini dapat menggantikan tapis Kalman dan membutuhkan waktu perhitungan yang lebih cepat [3,8]. Selain mentapis derau, perancangan pada tapis Kalman juga melakukan proses pengintegralan, sehingga keluaran tapis kalman untuk proses pada accelerometer berupa informasi kecepatan dan jarak, sedang keluaran tapis untuk proses gyroscope berupa sudut. Tidak seperti tapis Kalman, proses pada tapis eksponensial hanya melakukan penapisan, sehingga untuk mendapatkan informasi jarak pada sensor accelerometer diperlukan integral dua kali dan untuk

mendapatkan informasi sudut pada sensor gyroskop diperlukan integral satu kali. Pada makalah ini, disajikan perbandingan kinerja tapis Kalman dan eksponensial yang proses integralnya menggunakan metode trapesoidal orde 2 (metode Runge Kutta).

2. TAPIS KALMAN DAN TAPIS EKSPONENSIAL

Tapis Kalman merupakan salah satu solusi optimal dalam menapis data dari isyarat pada suatu proses yang linear. Tapis Kalman digunakan pada proses yang dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan *state* linear sebagai berikut [7].

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k \quad (1)$$

dengan parameter :

x_k = vektor keadaan ($n \times 1$) pada saat waktu $t_k, x \in \mathbb{R}^n$

u_k = vektor kontrol (1×1) pada saat waktu $t_k, u \in \mathbb{R}^1$

A_k = matriks transisi ($n \times n$) yang memetakan x_k ke x_{k+1}

B_k = matriks kontrol ($n \times 1$) yang memetakan u_k ke x_{k+1}

w_k = vektor derau proses ($n \times 1$) dengan *covariance* Q

Derau pada proses diasumsikan sebagai proses *random* berdistribusi normal.

$$p(w) \approx N(0, Q)$$

Nilai matriks Q_k dapat dihitung dengan menggunakan persamaan sebagai berikut [1,4].

$$Q_k = S_w = E(w_k w_k^T) \quad (2)$$

Fungsi G_k merupakan fungsi alih yang menghubungkan antara isyarat masukan u dengan keluaran *state* x_k . Dari persamaan (1) terlihat bahwa *state* x belum bisa diobservasi, sehingga untuk melakukan observasi diperlukan model pengukuran yang memetakan *state* ke keluaran y yang dapat diobservasi.

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (3)$$

dengan

y_k = vektor yang diobservasi ($n \times 1$) pada saat waktu $t_k, x \in \mathbb{R}^n$

H_k = matriks pengukuran ($n \times n$) yang memetakan x_k ke y_k pada saat waktu t_k

v_k = vektor derau pengukuran ($n \times 1$) dengan *covariance* R

Derau pada pengukuran diasumsikan sebagai proses *random* berdistribusi normal.

$$p(v) \approx N(0, R) \quad (4)$$

Diasumsikan pula bahwa proses *random* w dan proses *random* v adalah saling bebas, sehingga nilai *crosscorrelation* adalah nol.

$$E(w_i v_k^T) = 0 \text{ untuk semua } i \text{ dan } k. \quad (5)$$

Pada keadaan sebenarnya, nilai A dan B pada persamaan (1), nilai Q pada persamaan (2), nilai R pada persamaan (4), dan nilai H pada persamaan (3) bisa selalu berubah, tetapi dalam hal ini bahwa nilai tersebut diasumsikan konstan. Jika $\hat{x}_k^- \in \mathbb{R}^n$ adalah estimasi *priori* dan $\hat{x}_k \in \mathbb{R}^n$ menjadi estimasi *posteriori*, maka galat estimasi *priori* dan *posteriori* adalah

$$e_k^- = x_k - \hat{x}_k^- \quad \text{a priori estimate error} \quad (6)$$

$$e_k^- = x_k - \hat{x}_k \quad \text{a posteriori estimate error}$$

Nilai *covariance* dari galat estimasi *priori* dan *posteriori* diberikan pada persamaan (7) dan persamaan (8).

$$P_k^- = E[e_k^- e_k^{-T}] \quad (7)$$

$$P_k = E[e_k e_k^T] \quad (8)$$

Nilai estimasi *state* \hat{x}_k pada tapis Kalman ditentukan dari estimasi *posteriori* \hat{x}_k^- serta selisih antara pengukuran sebenarnya y_k dan estimasi pengukuran $H\hat{x}_k^-$.

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - H\hat{x}_k^-) \quad (9)$$

Selisih nilai antara pengukuran sebenarnya y_k dan estimasi pengukuran $H\hat{x}_k^-$ disebut sebagai *residual* atau pengukuran *innovation*. Jika nilai *residual* adalah nol, maka hal itu menunjukkan bahwa hasil estimasi sama dengan hasil pengukuran. Nilai K_k adalah faktor *gain* pada tapis Kalman.

Pada tapis Kalman dipilih nilai K_k sehingga estimasi *posteriori* adalah optimal atau mempunyai galat yang minimum. Nilai P_k minimum diperoleh jika nilai K_k dapat menyediakan estimasi yang mempunyai *covariance* minimum. Penyelesaian untuk mendapatkan P_k minimum adalah sebagai berikut.

$$P_k = E[e_k e_k^T]$$

$$P_k = E \left[\begin{array}{c} (I - K_k H_k) e_k^- e_k^{-T} (I - K_k H_k)^T - (I - K_k H_k) e_k^- v_k^T K_k^T \\ - K_k v_k e_k^{-T} (I - K_k H_k)^T + K_k v_k v_k^T K_k^T \end{array} \right] \quad (10)$$

Variabel acak v_k dan e_k^- adalah saling bebas, sehingga persamaan *covariance* dari galat estimasi *posteriori* adalah

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (11)$$

Nilai K_k optimum dapat diperoleh dengan meminimalkan persamaan (11) sehingga didapat

$$\frac{d(P_k)}{dK_k} = 0$$

$$-2(H_k P_k^-)^T + 2K_k (H_k P_k^- H_k^T + R_k) = 0 \quad (12)$$

Dari persamaan (12) dapat dicari *gain* tapis Kalman

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (13)$$

Dari persamaan (13) didapat bahwa jika *covariance* dari galat pengukuran R mendekati nol, maka nilai $K_k = H^{-1}$ dan jika *covariance* dari galat estimasi *a priori* P_k^- mendekati nol, maka nilai $K_k = 0$. Nilai *covariance* dari galat estimasi *posteriori* yang optimal adalah

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (14)$$

Langkah *priori* tapis melibatkan estimasi *priori* \hat{x}_{k+1}^- dan *covariance* dari galat estimasi *priori* P_{k+1}^- . Karena tidak ada nilai korelasinya dengan derau yang lain $w_{l \neq k}$, maka nilai estimasi *priori* diberikan pada persamaan (15) yang diperoleh dengan menghilangkan derau w_k dari persamaan (1),

$$\hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B_k u_k \quad (15)$$

Estimasi *priori* ditentukan dengan menyatakan

$$e_{k+1}^- = (A_k x_k + B_k u_k + w_k) - (A_k \hat{x}_k + B_k u_k)$$

Nilai *covariance* dari galat

$$P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + Q_k \quad (16)$$

Tapis eksponensial merupakan tapis linear rekursif sederhana. Isyarat analog keluaran sensor diubah menjadi digital dan sebagai masukan dari tapis eksponensial orde satu sebagai berikut.

$$y_{(n)} = (1 - \alpha) x_{(n)} + \alpha y_{(n-1)} \quad (17)$$

Isyarat masukan tapis adalah $x(n)$ dan isyarat keluarannya adalah $y(n)$, parameter α bernilai antara 0 dan 1 ($0 < \alpha < 1$). Bila derau banyak maka nilai parameter α yang optimal adalah mendekati satu, jika sebaliknya maka nilai α lebih baik dekat ke nol. Penentuan parameter ini dapat secara langsung dicari sesuai dengan kondisi isyarat. Tapis digital ini mempunyai kemampuan yang sama dengan analog tapis RC satu kutub. Persamaan tapis eksponensial orde dua dapat dituliskan sebagai berikut.

$$y(n) = (1 - \alpha)(x_n + \alpha x_{(n-1)}) + \alpha y_{(n-2)}^{[2]} \quad (18)$$

Tanda [2] menunjukkan isyarat keluaran tapis eksponensial orde 2. Secara umum proses diatas jika dilakukan berulang-ulang akan menjadi tapis eksponensial orde banyak dan dapat ditulis menjadi persamaan berikut.

$$y(n) = (1 - \alpha) \sum_{k=1}^M \alpha^{k-1} x_{(n-k+1)} + \alpha y_{(n-M)}^{[M]} \quad (19)$$

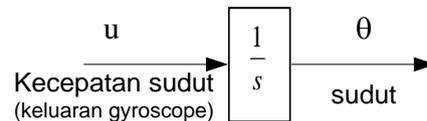
Secara umum dengan analogi dari persamaan *lowpass filter* dengan tahanan dan kapasitor pada penentuan *cutoff* frekuensi, parameter α dapat ditentukan dengan persamaan berikut [8].

$$\alpha = \frac{1}{(1 + 2\pi \cdot \frac{f_c}{f_s})} \quad (20)$$

Di sini f_c adalah frekuensi *cut off* dan f_s adalah frekuensi *sampling*.

3. PERANCANGAN

Keluaran sensor gyroscope adalah berupa tegangan yang menyatakan besaran kecepatan sudut. Besar sudut dari keluaran sensor dapat dihitung dengan cara mengintegalkannya, sehingga hubungan antara isyarat kecepatan sudut dan keluaran sudut diperlihatkan pada Gambar 1 [5].



Gambar 1: Hubungan antara isyarat kecepatan sudut dan sudut

Isyarat masukan (u) adalah kecepatan sudut dan keluaran (θ) adalah sudut. Isyarat kecepatan sudut dicuplik dengan periode cuplik T . Hubungan antara kecepatan sudut dan sudut dalam transformasi Laplace diperlihatkan pada persamaan berikut.

$$\theta(s) = \frac{u(s)}{s} \quad (21)$$

$$s\theta(s) = u(s) \quad (22)$$

Persamaan (22) diubah kembali ke kawasan waktu, sehingga menjadi :

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = u(t) \quad (23)$$

Persamaan (23) diubah ke dalam bentuk diskrit, sehingga menjadi:

$$\frac{\theta_{k+1} - \theta_k}{T} = u_k$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + Tu_k \quad (24)$$

Derau pada isyarat kecepatan sudut (w_k) adalah variabel acak, maka persamaan (24) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\theta_{k+1} = \theta_k + Tu_k + w_k$$

Didefinisikan vektor *state* x berupa sudut $x_k = \theta_k$

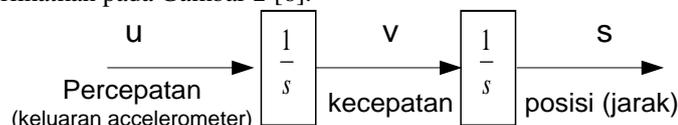
Dari persamaan (1) dan persamaan (24) dapat dituliskan suatu persamaan proses linier untuk *state* dan pengukuran keluaran adalah

$$x_{k+1} = x_k + Tu_k + w_k \quad (25)$$

$$y_k = x_k + v_k \quad (26)$$

Covariance dari derau proses dapat dihitung dengan menggunakan persamaan(2) dan dengan memperhatikan pada Gambar 1, dengan *state* $x = \theta$ dan $y = x$.

Keluaran sensor accelerometer adalah berupa tegangan yang menyatakan besaran percepatan. Besar kecepatan dari keluaran sensor dapat dihitung dengan cara mengintegalkannya dan besar jarak dapat dihitung dengan cara mengintegalkannya sekali lagi, sehingga hubungan antara isyarat percepatan, isyarat kecepatan, dan isyarat posisi diperlihatkan pada Gambar 2 [6].



Gambar 2: Hubungan antara isyarat percepatan, kecepatan, dan posisi

Isyarat masukan (u) adalah percepatan dan keluaran (s) adalah posisi(jarak). Isyarat percepatan dan kecepatan dicuplik dengan periode cuplik T . Hubungan antara kecepatan dan percepatan dalam transformasi Laplace diperlihatkan pada persamaan (27).

$$v(s) = \frac{u(s)}{s} \quad (27)$$

$$sv(s) = u(s) \quad (28)$$

Persamaan (28) diubah kembali ke kawasan waktu, sehingga menjadi :

$$\frac{dv(t)}{dt} = u(t) \quad (29)$$

Persamaan (29) diubah ke dalam bentuk diskrit, sehingga menjadi:

$$\frac{v_{k+1} - v_k}{T} = u_k$$

$$v_{k+1} = v_k + Tu_k \quad (30)$$

Hubungan antara kecepatan dan posisi dalam transformasi Laplace adalah

$$s(s) = \frac{v(s)}{s} \quad (31)$$

Persamaan diskrit untuk jarak (s) dapat diperoleh dengan cara yang sama dengan pada saat mencari persamaan diskrit untuk kecepatan, sehingga diperoleh

$$s_{k+1} = s_k + Tv_k + T^2u_k \quad (32)$$

Didefinisikan vektor *state* x yang terdiri dari jarak dan kecepatan

$$x_k = \begin{bmatrix} s_k \\ v_k \end{bmatrix}$$

Persamaan proses linear untuk *state* dan pengukuran keluaran adalah

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 \\ T \end{bmatrix} u_k + w_k \quad (33)$$

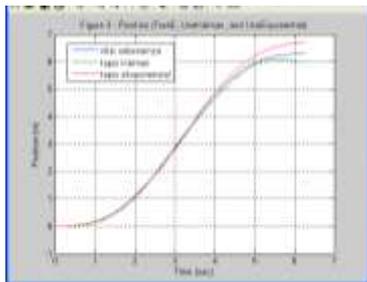
$$y_k = [1 \quad 0]x_k + v_k \quad (34)$$

Covariance dari derau proses dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (2) dan dengan memperhatikan pada Gambar 2, dengan *state* $x_2 = v$ dan *state* $x_1 = y$.

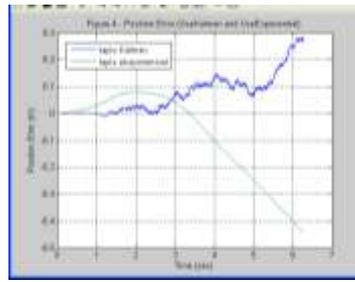
Isyarat keluaran sensor accelerometer dan gyroscope ditapis dengan menggunakan persamaan (17) dan (18). Isyarat keluaran tapis dari keluaran sensor gyroscope diintegrasikan satu kali untuk mendapatkan data sudut, sedangkan isyarat tapis dari keluaran sensor accelerometer diintegrasikan dua kali untuk mendapatkan data posisi.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

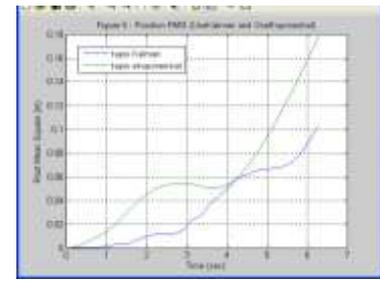
Pengujian dilakukan dengan memberikan masukan kecepatan sudut (keluaran sensor gyroscope) dan masukan percepatan (keluaran sensor accelerometer) berupa isyarat sinusoida yang diberi derau acak dengan distribusi normal. Pengujian dilakukan dengan beberapa waktu cuplik (*sampling*) yaitu 0,1, 0,01 dan 0,001. Karena setiap kali pengujian hasilnya berbeda (masukan derau dibangkitkan secara acak), maka masing-masing pengujian dilakukan sebanyak 10 kali. Pembahasan dilakukan terhadap nilai *mean square error* (MSE) yang terjadi dari isyarat hasil estimasi keluaran tapis Kalman dan nilai sebenarnya. Pada Gambar 3 diperlihatkan hasil simulasi untuk masukan berupa sensor accelerometer dengan waktu cuplik 0,001, sedang pada Tabel 1 diperlihatkan hasil pengujian untuk semua waktu cuplik, masing-masing sebanyak 10 kali.



a. Posisi sebenarnya



b. Nilai galat



c. Nilai RMS

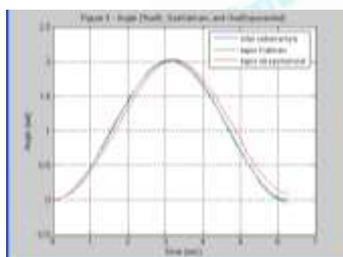
Gambar 3: Hasil untuk masukan sensor acclerometer dengan T= 0,001

Pada Gambar 3.a terlihat bahwa hasil estimasi posisi dengan menggunakan tapis Kalman (hijau) lebih mendekati dengan nilai sebenarnya (biru), hal ini juga bisa dilihat pada Gambar 3.b bahwa galat hasil tapis eksponensial cenderung lebih besar. Pada Gambar 3.c, dapat dilihat bahwa RMS galat hasil estimasi tapis Kalman lebih kecil.

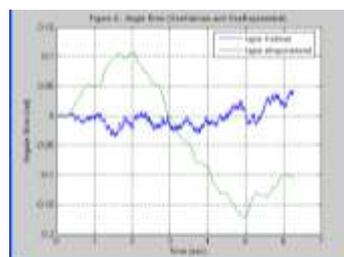
Tabel 1: Hasil perbandingan nilai RMS pada sensor accelerometer

No	Tapis Kalman			Tapis Eksponensial		
	T = 0,1	T = 0,01	T = 0,001	T = 0,1	T = 0,01	T = 0,001
1	0.512	0.233	0.025	3.293	0.862	0.222
2	1.740	0.159	0.082	3.503	0.657	0.090
3	0.405	0.230	0.086	3.447	0.640	0.077
4	0.655	0.513	0.045	3.288	0.859	0.072
5	1.070	0.211	0.198	3.389	1.165	0.107
6	1.730	0.316	0.027	3.433	0.730	0.124
7	2.957	0.548	0.087	3.260	1.007	0.139
8	0.626	0.372	0.067	3.500	0.889	0.113
9	1.367	0.167	0.091	3.609	0.859	0.072
10	1.946	0.276	0.288	3.144	0.849	0.095
Rata-rata	1.3008	0.3025	0.0996	3.3866	0.8517	0.1111

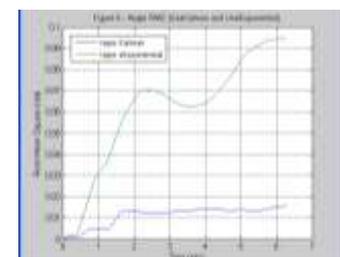
Pada Tabel 1 dapat dilihat bahwa pada waktu cuplik yang sama, RMS hasil estimasi dengan tapis Kalman lebih kecil jika dibandingkan dengan menggunakan tapis eksponensial. Pada kedua tapis, mengecilnya waktu cuplik diikuti dengan mengecilnya nilai RMS, sehingga untuk meningkatkan kinerja tapis diperlukan waktu cuplik yang cukup kecil. Disamping itu, mengecilnya waktu cuplik dari 0,01 menjadi 0,001 menyebabkan RMS turun dari 0,3025 menjadi 0,0996 atau sekitar 32% pada tapis Kalman, sedangkan pada tapis eksponensial hanya menyebabkan turun dari 0,8517 menjadi 0,1111 atau sekitar 13%. Pada Gambar 4 diperlihatkan hasil simulasi untuk masukan berupa sensor accelerometer dengan waktu cuplik 0,001, sedang pada Tabel 2 diperlihatkan hasil pengujian untuk semua waktu cuplik, masing-masing sebanyak 10 kali.



a. Sudut sebenarnya



b. Nilai galat



c. Nilai RMS

Gambar 4: Hasil perbandingan kedua tapis dengan masukan gyroscope untuk T= 0,001

Pada Gambar 4.a terlihat bahwa hasil estimasi sudut dengan menggunakan tapis Kalman (hijau) lebih mendekati (hampir sama) dengan nilai sebenarnya (biru), hal ini juga bisa dilihat pada Gambar 4.b bahwa galat hasil tapis eksponensial cenderung lebih besar, sedang galat pada tapis Kalman berada disekitar nol. Pada Gambar 4.c, dapat dilihat bahwa RMS galat hasil estimasi tapis Kalman lebih kecil.

Tabel 2: Hasil perbandingan nilai RMS pada sensor gyroscope

No	Tapis Kalman			Tapis Eksponensial		
	T = 0,1	T = 0,01	T = 0,001	T = 0,1	T = 0,01	T = 0,001
1	0.527	0.152	0.023	1.068	0.518	0.074
2	0.285	0.132	0.024	1.089	0.469	0.045
3	0.300	0.247	0.019	1.086	0.407	0.065
4	0.532	0.046	0.032	1.093	0.542	0.059
5	0.261	0.302	0.046	1.067	0.507	0.161
6	0.772	0.193	0.022	1.099	0.579	0.085
7	0.187	0.340	0.041	1.074	0.588	0.113
8	0.398	0.064	0.063	1.115	0.452	0.036
9	0.343	0.255	0.027	1.073	0.465	0.066
10	0.189	0.101	0.046	1.088	0.541	0.047
Rata-rata	0.3794	0.1832	0.0343	1.0852	0.5068	0.0751

Pada Tabel 2 dapat dilihat bahwa pada waktu cuplik yang sama, RMS hasil estimasi dengan tapis Kalman lebih kecil jika dibandingkan dengan menggunakan tapis eksponensial. Pada kedua tapis, mengecilnya waktu cuplik diikuti dengan mengecilnya nilai RMS, sehingga untuk meningkatkan kinerja tapis diperlukan waktu cuplik yang cukup kecil.

5. PENUTUP

Dari hasil pengujian pada isyarat sensor accelerometer dan sensor gyroscope dengan berbagai perubahan waktu cuplik, disimpulkan bahwa mengecilnya waktu cuplik diikuti dengan mengecilnya nilai RMS galat pada tapis Kalman dan tapis eksponensial, sehingga perlu diusahakan agar waktu cuplik sekecil mungkin. Pada semua waktu cuplik, kinerja tapis Kalman lebih baik jika dibandingkan dengan tapis eksponensial, hal ini diperlihatkan dari nilai RMS galat tapis Kalman yang lebih kecil jika dibandingkan dengan tapis eksponensial.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Brown, Robert Grover, "Introduction to Random Signals and Applied Kalman filtering", John Willey & Son, third edition, Canada, 1997.
- [2] Kalman, RE, "A new a proach to linear filtering and prediction problem", Transactions of the ASME -Journal of basic engineering, series D,82, 34-45,1960.
- [3] LaViola Jr, Joseph J., "Double Exponential Smoothing: An Alternative to Kalman, Filter-Based Predictive Tracking", Eurographics Workshop on Virtual Environments, 2003.
- [4] Simon, Dan, "Kalman Filtering", Embedded System Programing, pp.72-79, 2001.
- [5] Wahyudi, Adhi Susanto, Sasongko Pramono Hadi, Wahyu Widada, "Simulasi Filter Kalman untuk Estimasi Sudut dengan Meggunakan Sensor Gyroscope", Jurnal Teknik, UNDIP, 2009.
- [6] Wahyudi, Adhi Susanto, Sasongko Pramono Hadi, Wahyu Widada, "Simulasi Filter Kalman untuk Estimasi Posisi dengan Meggunakan Sensor Accelerometer", Jurnal Techno Science, UDINUS, 2009.
- [7] Welch, Greg and Gary Bishop, "An Introduction to The Kalman Filter", www.cs.unc.edu/~welch, 2006.
- [8] Widada, Wahyu, "Aplikasi digital exponential filtering untuk embedded sensor payload roket", Prosiding Semiloka Teknologi Simulasi dan Komputasi serta Aplikasi, 2005