

# Transformasi Geometri Sederhana



## Transformasi Dasar

- Pada Aplikasi Grafika diperlukan perubahan bentuk, ukuran dan posisi suatu gambar yang disebut dengan manipulasi.
- Perubahan gambar dengan mengubah koordinat dan ukuran suatu objek disebut transformasi geometri.
- Transformasi dasar dapat berupa translasi, skala dan rotasi. Selain itu masih ada bentuk transformasi lain seperti pencerminan (refleksi) dan pergeseran (shear).

### A. Translasi

- Translasi dilakukan dengan melakukan penambahan faktor translasi / translasi vector / shift vector yaitu  $(t_x, t_y)$  pada suatu titik koordinat.

Dimana:

$t_x$  : translasi vector pada sumbu x

$t_y$  : translasi vector pada sumbu y



- Koordinat baru titik hasil translasi rumus berikut :

$$x' = x + t_x$$

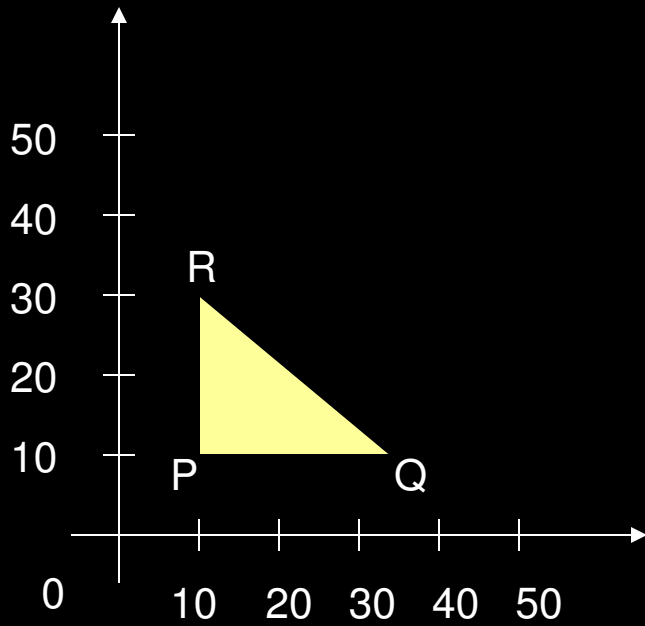
$$y' = y + t_y$$

dimana:

$(x, y)$  : Koordinat asal

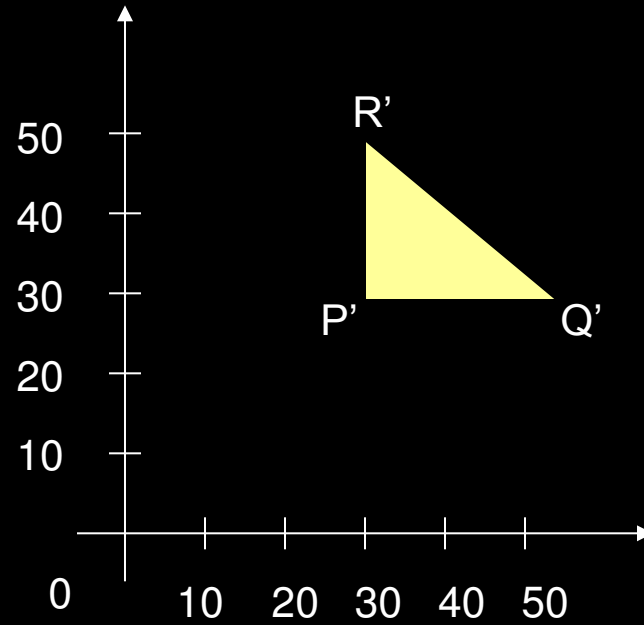
$(x', y')$  : Koordinat baru hasil translasi

- Translasi adalah transformasi tanpa merubah bentuk objek (bentuk tetap).
- Setiap titik pada objek akan ditranslasi dengan besarn yang sama dan titik yang ditranslasi dipindahkan ke lokasi lain menurut garis lurus.
- Hal yang sama dilakukan untuk seluruh titik pada objek dengan jarak sama untuk setiap titik.
- Gambar berikut ini memperlihatkan proses translasi;

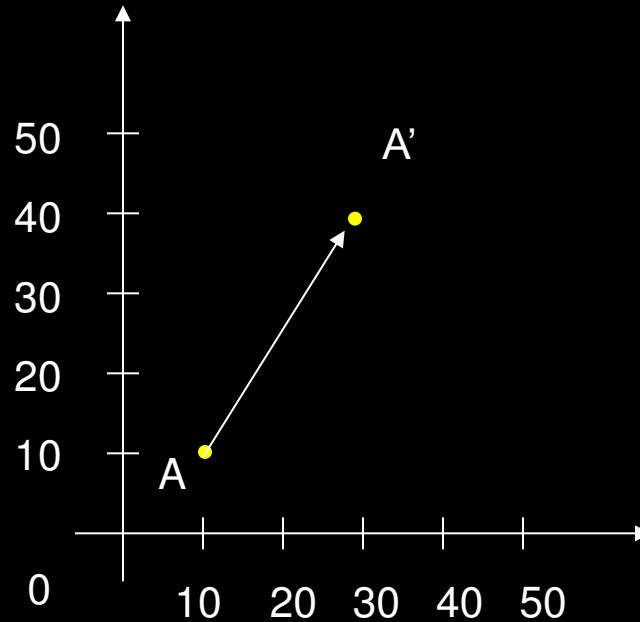


Titik P (10,10)

$(t_x, t_y) = (20,20)$



Titik P' (30,30)





- Kadang-kadang transformasi dinyatakan dalam bentuk matriks, sehingga matriks transformasi untuk translasi dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$P = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{bmatrix}$$

$$P' = \begin{bmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

- Dengan demikian translasi 2 D dapat dinyatakan dalam bentuk matriks:

$$P' = P + T$$

- Selain dalam bentuk vektor kolom, matriks transformasi dapat dituliskan dalam bentuk vektor baris, sehingga menjadi :

$$P = [x \ y] \quad \text{dan} \quad T = [t_x \ t_y]$$



## B. Skala

- Transformasi skala adalah perubahan ukuran suatu objek.
- Koordinat baru dapat diperoleh dengan melakukan perkalian nilai koordinat dengan faktor skala (scaling factor), yaitu  $(s_x, s_y)$ .

Dimana:

$s_x$  : scaling factor pada sumbu x

$s_y$  : scaling factor pada sumbu y

- Koordinat baru yang dihasilkan diperoleh dari persamaan :

$$x' = x \cdot s_x$$

$$y' = y \cdot s_y$$

dimana:

$(x, y)$  : Koordinat asal

$(x', y')$  : Koordinat baru hasil penskalaan



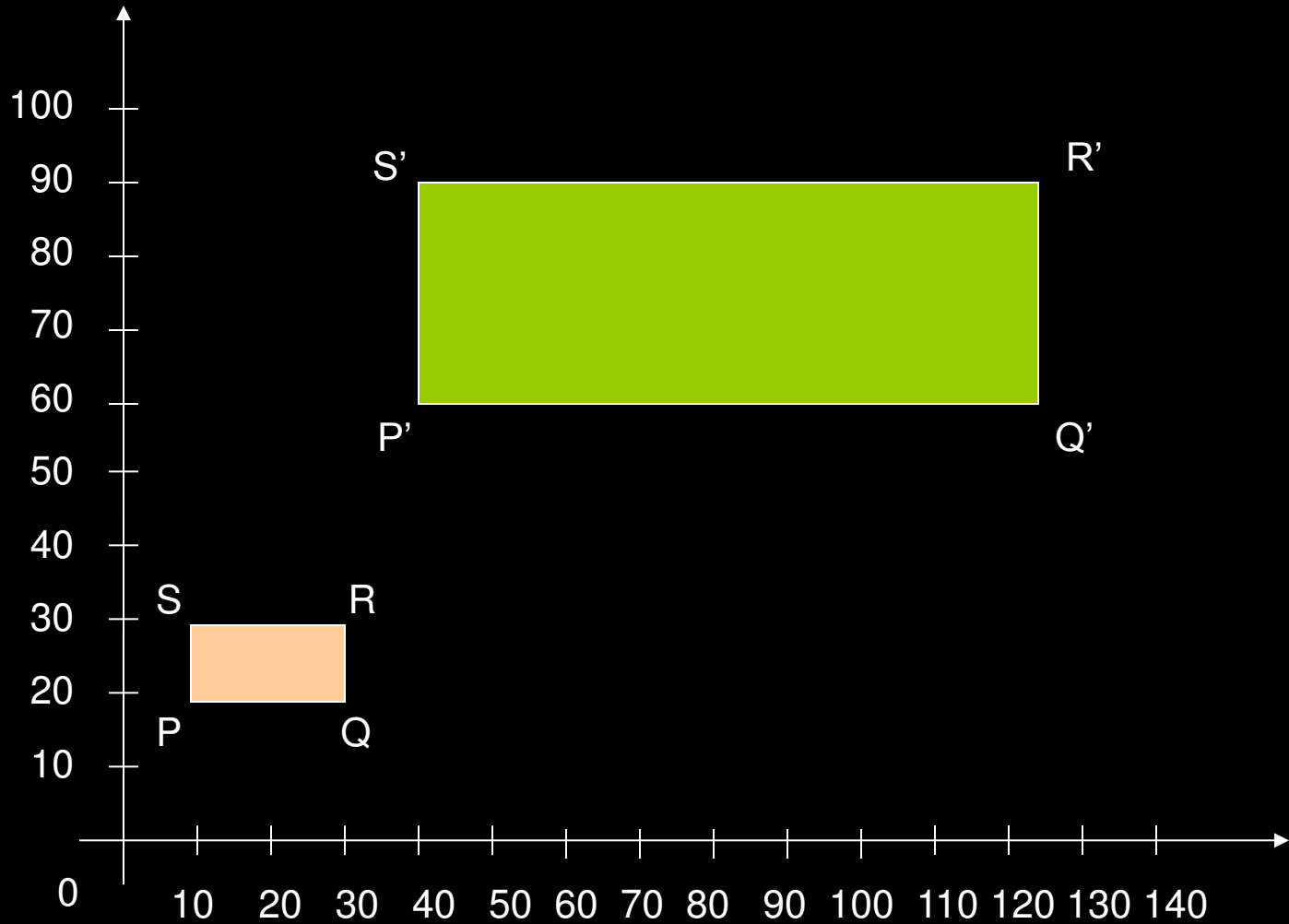
- Matriks transformasi untuk skala dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 \\ s_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Dapat juga dituliskan dalam bentuk :

$$P' = S \cdot P$$

- Scaling factor  $s_x$  dan  $s_y$  merupakan sembarang bilangan positif.
- Jika scaling factor bernilai lebih besar dari 1, maka berarti objek diperbesar sebaliknya jika nilainya lebih kecil dari 1, maka berarti objek diperkecil.
- Jika nilai  $s_x$  dan  $s_y$  sama maka skala disebut uniform scaling, artinya proses perbesaran objek atau pengecilan objek seragam, jika tidak disebut differential scaling



Hasil perbesaran dengan scaling faktor (4,3)





### C. Skala Dengan Fixed Point

- Lokasi skala suatu objek dapat dikontrol dengan menentukan titik tertentu yang disebut fixed point.
- Koordinat fixed point  $(x_f, y_f)$  dapat ditentukan pada sembarang posisi.
- Poligon kemudian diskala relatif terhadap fixed point dengan melakukan skala jarak dari tiap titik terhadap fixed point.
- Penskalaan dengan fixed point dinyatakan dalam bentuk:

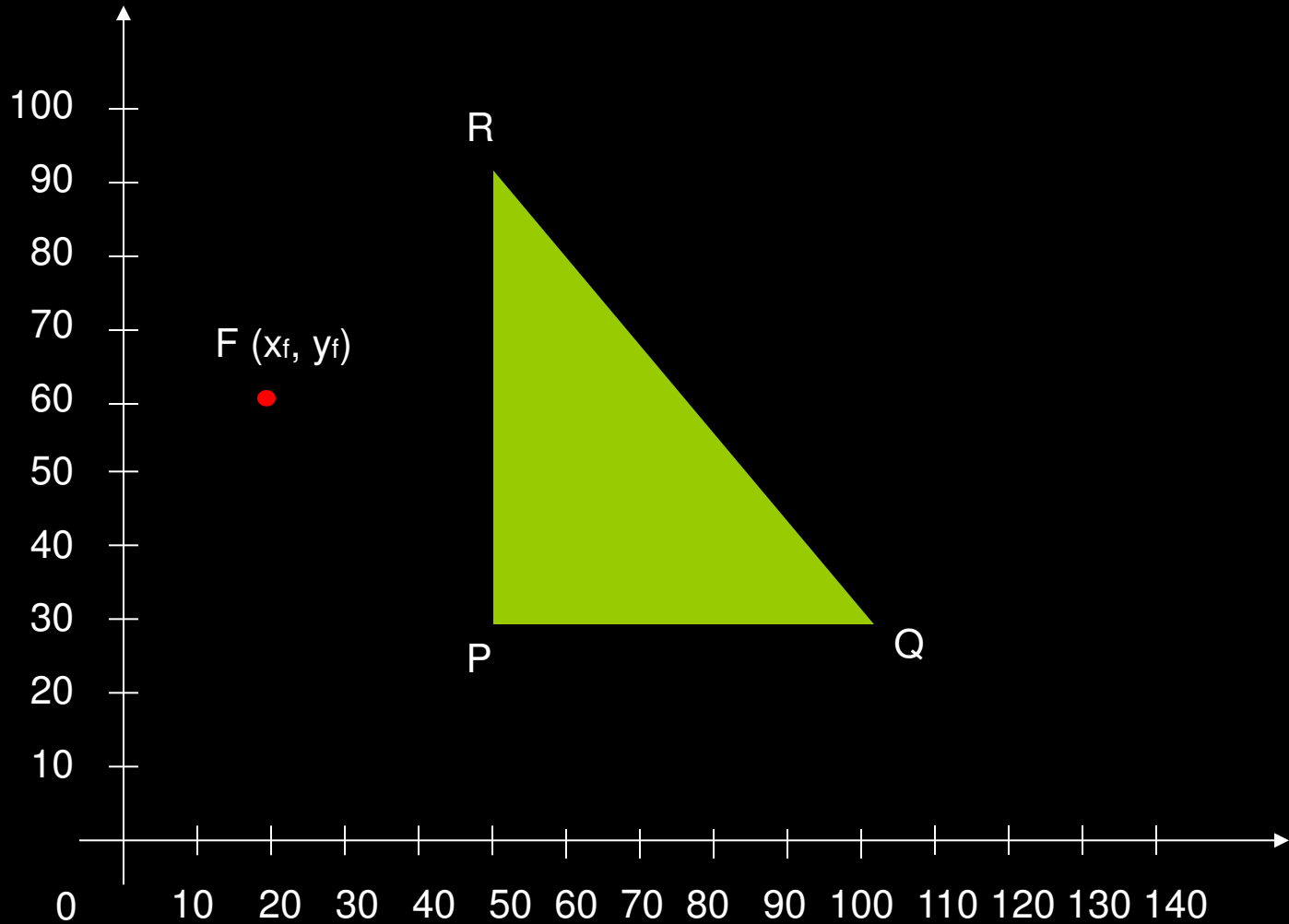
$$x' = x_f + (x - x_f) S_x$$

$$y' = y_f + (y - y_f) S_y$$

dimana :

$(x, y)$  : Koordinat asal

$(x', y')$  : Koordinat baru hasil penskalaan dgn fixed point

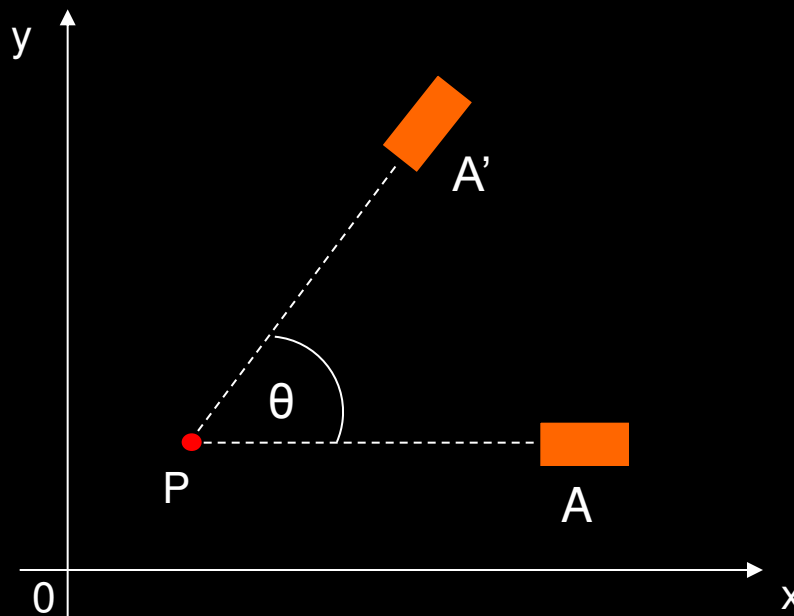


Hasil penskalaan objek terhadap fixed point



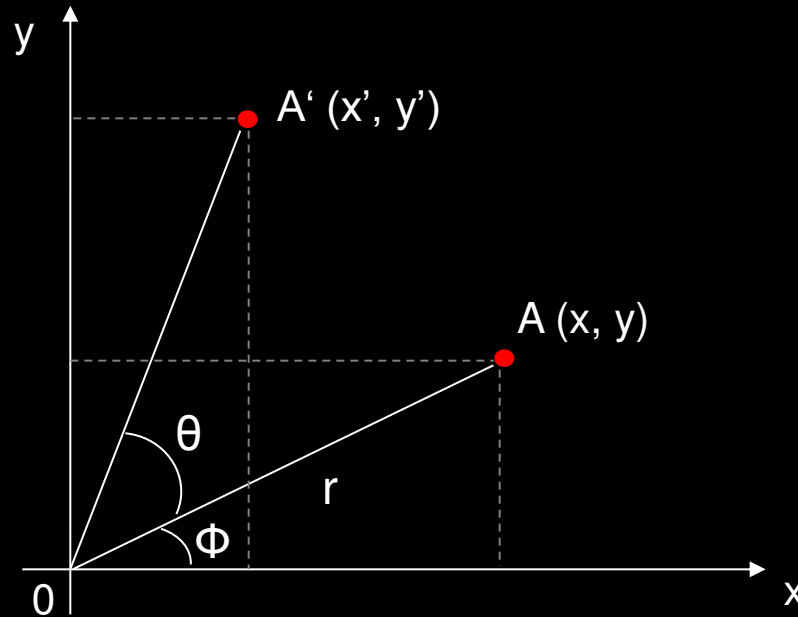
## D. Rotasi

- Rotasi 2D suatu objek akan memindahkan objek tersebut berdasarkan garis melingkar.
- Untuk melakukan rotasi pada bidang  $xy$  diperlukan sudut rotasi  $\theta$  dan titik rotasi / pivot point  $(x_p, y_p)$ , dimana objek tersebut dirotasi.
- Jika sudut rotasi  $\theta$  positif, maka arah rotasi berlawanan arah jarum jam.
- Jika sudut rotasi  $\theta$  negatif, maka arah rotasi searah jarum jam.





- Rotasi dapat dilakukan dengan pivot point yaitu titik pusat koordinat.



dimana:

- r : jarak konstan titik dari titik pusat
- θ : sudut rotasi
- φ : sudut posisi suatu titik dengan sumbu horizontal



- Dengan menggunakan fungsi trigonometri, transformasi dapat dinyatakan dengan:

$$x' = r \cos(\Phi + \theta) = r \cos \Phi \cos \theta - r \sin \Phi \sin \theta$$

$$y' = r \sin(\Phi + \theta) = r \cos \Phi \sin \theta + r \sin \Phi \cos \theta$$

- Sedangkan dengan koordinat polar diketahui bahwa:

$$x = r \cos \Phi \quad \text{dan} \quad y = r \sin \Phi$$

- Dengan melakukan substitusi, diperoleh rumus transformasi untuk rotasi suatu titik  $(x, y)$  dengan sudut rotasi  $\theta$  sebagai berikut:

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = x \sin \theta + y \cos \theta$$

- Matriks transformasi untuk rotasi dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P' = R \cdot P$$

dimana:

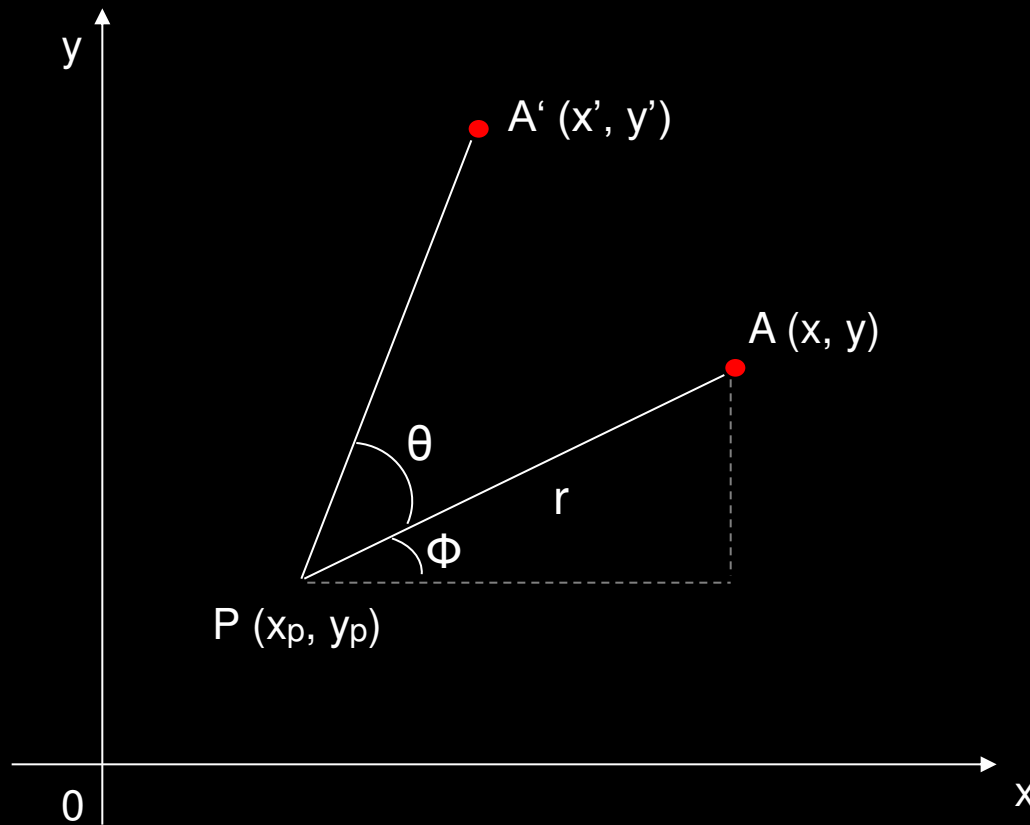
$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

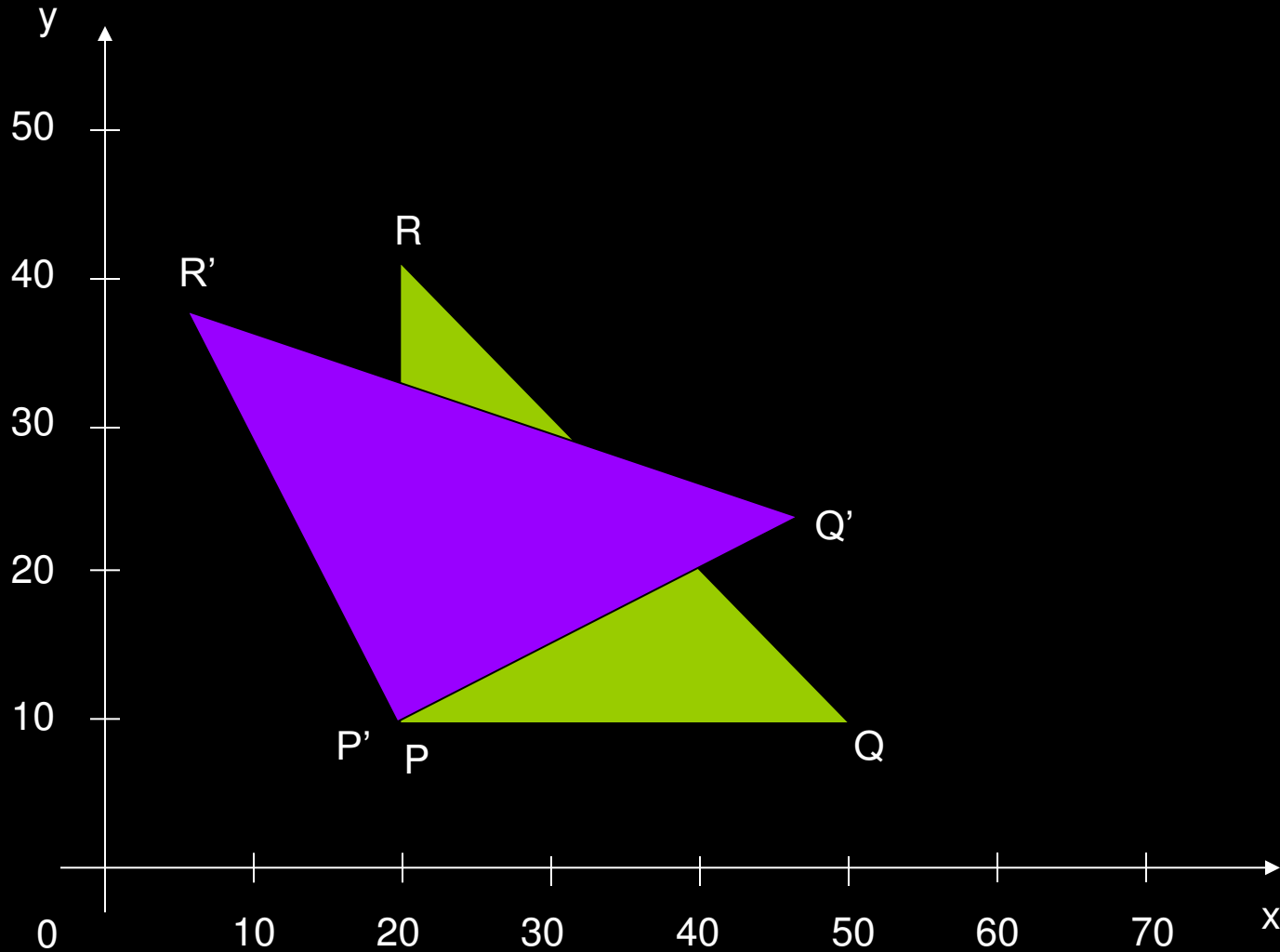


- Rotasi suatu titik terhadap pivot point  $(x_p, y_p)$  secara umum dapat ditulis sebagai berikut:

$$x' = x_p + (x - x_p) \cos \theta - (y - y_p) \sin \theta$$

$$y' = y_p + (x - x_p) \sin \theta + (y - y_p) \cos \theta$$





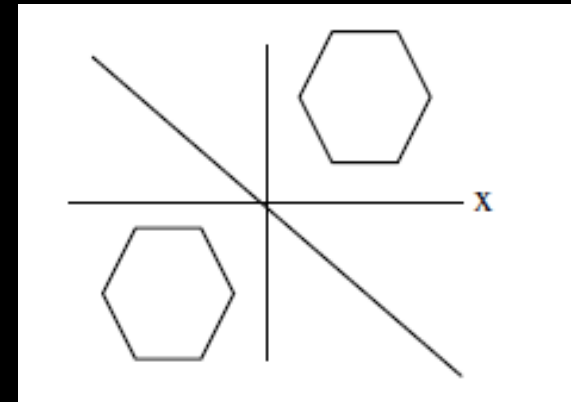
Contoh rotasi dengan  $\theta = 30^\circ$  dan pivot point (20,10)

# Refleksi

- Refleksi adalah transformasi yang membuat mirror atau pencerminan dari suatu
- objek grafis. Refleksi disusun relative terhadap sumbu refleksi. Contoh refleksi terhadap
- garis  $y=-x$  dapat dilihat pada gambar berikut.



- Terhadap sumbu  $x$ 
  - $X' = X$
  - $Y' = -Y$
- Terhadap sumbu  $y$ 
  - $X' = -X$
  - $Y' = Y$
- Terhadap sumbu  $y = x$ 
  - $X' = Y$
  - $Y' = X$
- Terhadap sumbu  $y = -x$ 
  - $X' = -Y$
  - $Y' = -X$



# Latihan Soal

- Hitunglah dengan menggunakan matriks, translasi segitiga dengan koordinat berikut  $A(5,5)$ ,  $B(15,5)$  dan  $(5,15)$  dengan vektor translasi  $(10,20)$
- Hitunglah hasil scaling dari persegi panjang dengan koordinat  $(4,2)$ ,  $(10,2)$ ,  $(4,4)$ ,  $(10,4)$  dengan scaling factor  $\frac{1}{2}$
- Diketahui objek segiempat dengan titik  $A(10,10)$ ,  $B(10,20)$ ,  $C(20,20)$  dan  $D(20,10)$  dirotasi dengan sudut rotasi  $45^\circ$  terhadap titik pusat koordinat cartesian  $(10,10)$ .