
# BAB 1
# HIMPUNAN

# DEFINISI

- Himpunan (*set*) adalah kumpulan objek-objek yang *berbeda*.

- Objek di dalam himpunan disebut **elemen**, **unsur**, atau **anggota**.

- HMTI adalah contoh sebuah himpunan, di dalamnya berisi anggota berupa mahasiswa. Tiap mahasiswa berbeda satu sama lain.

# CARA PENYAJIAN HIMPUNAN

1. **Enumerasi**

   Setiap anggota himpunan didaftarkan secara rinci.

   **Contoh**

   - Himpunan empat bilangan asli pertama: $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
   - Himpunan lima bil. genap positif pertama: $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.
   - $C = \{\text{kucing}, a, \text{Amir}, 10, \text{paku}\}$
   - $R = \{ a, b, \{a, b, \text{c}\}, \{a, c\} \}$
   - $C = \{a, \{a\}, \{\{a\}\} \}$
   - $K = \{ \{\} \}$
   - Himpunan 100 buah bilangan asli pertama: $\{1, 2, \ldots, 100 \}$
   - Himpunan bilangan bulat ditulis $\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

## Keanggotaan

$x \in A$ : $x$ merupakan anggota himpunan $A$;

$x \notin A$ : $x$ bukan merupakan anggota himpunan $A$.

- **Contoh :** Misalkan:

  $A = \{1, 2, 3, 4\}$,

  $R = \{ a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\} \}$

  $K = \{\{\}\}$

- maka

  $3 \in A$

  $\{a, b, c\} \in R$

  $c \notin R$

  $\{\} \in K$

  $\{\} \notin R$

## 2. ***Simbol-simbol Baku***

**P** = himpunan bilangan bulat positif = { 1, 2, 3, ... }
**N** = himpunan bilangan alami (natural) = { 1, 2, ... }
**Z** = himpunan bilangan bulat = { ..., -2, -1, 0, 1, 2, ... }
**Q** = himpunan bilangan rasional
**R** = himpunan bilangan riil
**C** = himpunan bilangan kompleks

Himpunan yang universal: **semesta**, disimbolkan dengan U.

Contoh: Misalkan U = {1, 2, 3, 4, 5} dan *A* adalah himpunan bagian dari U, dengan *A* = {1, 3, 5}.

## 3. Notasi Pembentuk Himpunan

Notasi: $\{ x \mid \text{syarat yang harus dipenuhi oleh } x \}$

**Contoh**

$A$ adalah himpunan bilangan bulat positif kecil dari 5

$A = \{ x \mid x \text{ bilangan bulat positif lebih kecil dari } 5\}$

atau $A = \{ x \mid x \in P, x < 5 \}$

yang ekivalen dengan $A = \{1, 2, 3, 4\}$

(i) $M = \{ x \mid x \text{ adalah mahasiswa yang mengambil kuliah IF2151}\}$

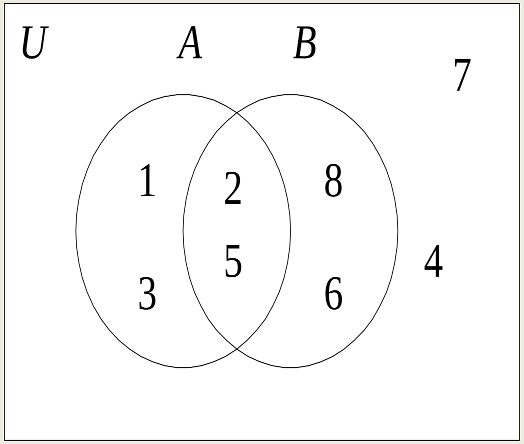
## *4. Diagram Venn*

**Contoh 5.**

Misalkan U = {1, 2, ..., 7, 8},

*A* = {1, 2, 3, 5} dan *B* = {2, 5, 6, 8}.

Diagram Venn:



# KARDINALITAS

Jumlah elemen di dalam $A$ disebut kardinal dari himpunan $A$.

Notasi: $n(A)$ atau $|A|$

**Contoh :**

1. $B = \{ x \mid x$ merupakan bilangan prima lebih kecil dari 20 $\}$,

   atau $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ maka $|B| = 8$
2. $T = \{$kucing, $a$, Amir, 10, paku$\}$, maka $|T| = 5$
3. $A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\} \}$, maka $|A| = 3$

# HIMPUNAN KOSONG (*NULL SET*)

- Himpunan dengan kardinal = 0 disebut himpunan kosong (*null set*).
- Notasi : ∅ atau {}

**Contoh .**

(i) $E = \{ x \mid x < x \}$, maka $n(E) = 0$

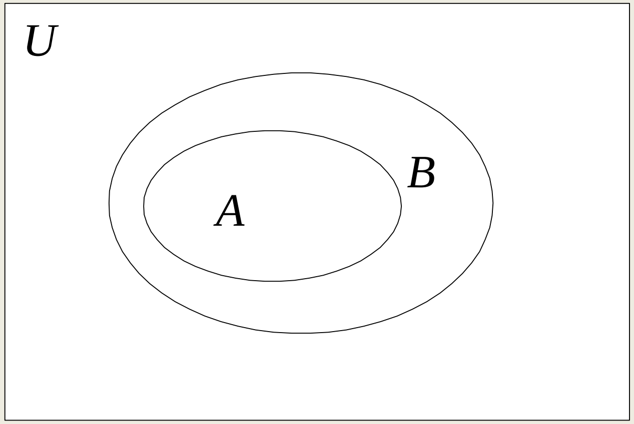
(ii) $P$ = { orang Indonesia yang pernah ke bulan }, maka $n(P) = 0$

(iii) $A = \{x \mid x$ adalah akar persamaan kuadrat $x^2 + 1 = 0 \}$, $n(A) = 0$

- himpunan {{ }} dapat juga ditulis sebagai {∅}
- himpunan {{ }, {{ }}} dapat juga ditulis sebagai {∅, {∅}}
- {∅} bukan himpunan kosong karena ia memuat satu elemen yaitu himpunan kosong.

# HIMPUNAN BAGIAN (*SUBSET*)

- Himpunan $A$ dikatakan himpunan bagian dari himpunan $B$ jika dan hanya jika setiap elemen $A$ merupakan elemen dari $B$.
- Dalam hal ini, $B$ dikatakan *superset* dari $A$.
- Notasi: $A \subseteq B$
- Diagram Venn:



**Contoh**

(i) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(ii) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

(iii) $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R} \subseteq \mathbf{C}$

(iv) Jika $A = \{ (x, y) \mid x + y < 4, x \geq, y \geq 0 \}$ dan

$B = \{ (x, y) \mid 2x + y < 4, x \geq 0$ dan $y \geq 0 \}$, maka $B \subseteq A$.

**TEOREMA 1.** Untuk sembarang himpunan $A$ berlaku hal-hal sebagai berikut:

(a) $A$ adalah himpunan bagian dari $A$ itu sendiri (yaitu, $A \subseteq A$).

(b) Himpunan kosong merupakan himp. bagian dari $A$ ( $\varnothing \subseteq A$).

(c) Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$

# HIMPUNAN YANG SAMA

- $A = B$ jika dan hanya jika setiap elemen $A$ merupakan elemen $B$ dan sebaliknya setiap elemen $B$ merupakan elemen $A$.
- $A = B$ jika $A$ adalah himpunan bagian dari $B$ dan $B$ adalah himpunan bagian dari $A$. Jika tidak demikian, maka $A \neq B$.
- Notasi : $A = B \leftrightarrow A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$

**Contoh :**

(i) Jika $A = \{ 0, 1 \}$ dan $B = \{ x \mid x (x - 1) = 0 \}$, maka $A = B$

(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 8, 5 \}$ dan $B = \{5, 3, 8 \}$, maka $A = B$

(iii) Jika $A = \{ 3, 5, 8, 5 \}$ dan $B = \{3, 8\}$, maka $A \neq B$

Untuk tiga buah himpunan, *A*, *B*, dan *C* berlaku aksioma berikut:

(a) $A = A$, $B = B$, dan $C = C$

(b) jika $A = B$, maka $B = A$

(c) jika $A = B$ dan $B = C$, maka $A = C$

# HIMPUNAN YANG EKIVALEN

- Himpunan $A$ dikatakan ekivalen dengan himpunan $B$ jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.

- Notasi : $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$

**Contoh :**

Misalkan $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$ dan $B = \{ a, b, c, d \}$, maka

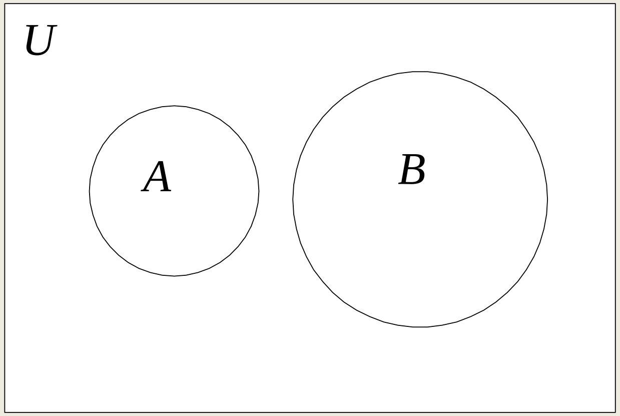
$A \sim B$ sebab $|A| = |B| = 4$

# HIMPUNAN SALING LEPAS

- Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.

- Notasi : $A // B$

- Diagram Venn:




**Contoh :**

Jika $A = \{ x \mid x \in P, x < 8 \}$ dan $B = \{ 10, 20, 30, ... \}$, maka $A // B$.

# HIMPUNAN KUASA

- Himpunan kuasa (*power set*) dari himpunan $A$ adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian dari $A$, termasuk himpunan kosong dan himpunan $A$ sendiri.
- Notasi : $P(A)$ atau $2^A$
- Jika $|A| = m$, maka $|P(A)| = 2^m$.

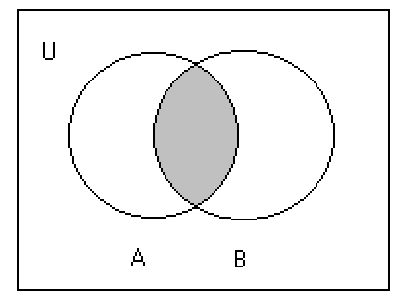
**Contoh :**
Jika $A = \{ 1, 2 \}$, maka $P(A) = \{ \emptyset, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 1, 2 \}\}$

**Contoh :**
Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$, dan himpunan kuasa dari himpunan $\{\emptyset\}$ adalah $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

# OPERASI TERHADAP HIMPUNAN

**1. Irisan (*intersection*)**

- Notasi : $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$



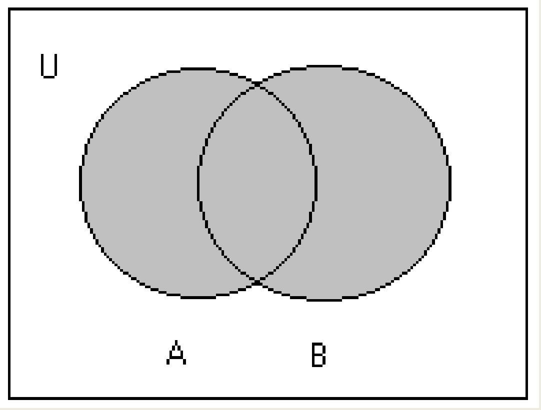

**Contoh :**

(i) Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$, maka $A \cap B = \{4, 10\}$

(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 9 \}$ dan $B = \{ -2, 6 \}$, maka $A \cap B = \varnothing$. Artinya: $A \mathbin{//} B$

## 2. Gabungan (*union*)

- Notasi : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$



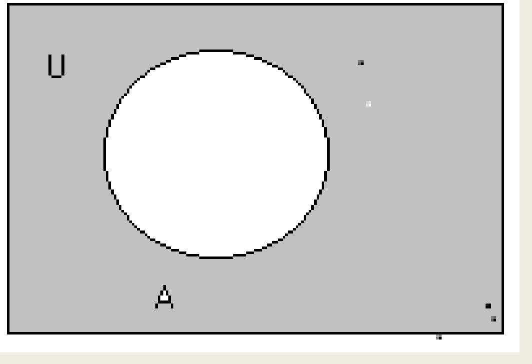

**Contoh :**

(i) Jika $A = \{ 2, 5, 8 \}$ dan $B = \{ 7, 5, 22 \}$,
maka $A \cup B = \{ 2, 5, 7, 8, 22 \}$

(ii) $A \cup \varnothing = A$

## 3. Komplemen (*complement*)

- Notasi : $\overline{A} = \{ x \mid x \in U, x \notin A \}$




**Contoh :**

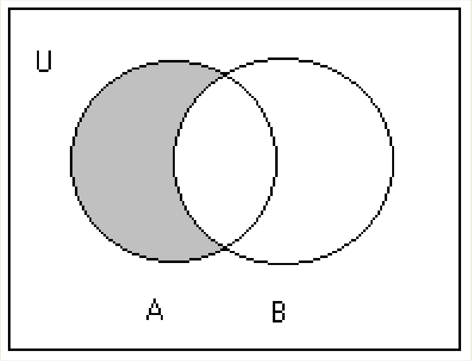
Misalkan U = { 1, 2, 3, ..., 9 },

(i) jika $A = \{1, 3, 7, 9\}$, maka $\overline{A} = \{2, 4, 6, 8\}$

(ii) jika $A = \{ x \mid x/2 \in P, x < 9 \}$, maka $\overline{A} = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$

## 4. Selisih (*difference*)

- Notasi : $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \} = A \cap \overline{B}$



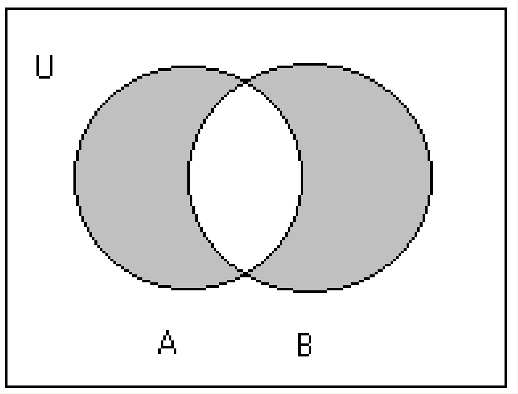

**Contoh**

(i) Jika $A = \{ 1, 2, 3, ..., 10 \}$ dan $B = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$, maka $A - B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ dan $B - A = \varnothing$

(ii) $\{1, 3, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{5\}$, tetapi $\{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$

## 5. Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

- Notasi: $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$




**Contoh**

Jika $A = \{ 2, 4, 6 \}$ dan $B = \{ 2, 3, 5 \}$, maka $A \oplus B = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

## 6. Perkalian Kartesian (*cartesian product*)

- Notasi: $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B \}$

**Contoh**

(i) Misalkan $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$, maka

$$C \times D = \{ (1, a), (1, b), (2, \mathrm{a}), (2, b), (3, a), (3, b) \}$$

(ii) Misalkan $A = B$ = himpunan semua bilangan riil, maka

$A \times B$ = himpunan semua titik di bidang datar

**Contoh** Misalkan

$A$ = himpunan makanan = { $s$ = soto, $g$ = gado-gado, $n$ = nasi goreng, $m$ = mie rebus }

$B$ = himpunan minuman = { $c$ = coca-cola, $t$ = teh, $d$ = es dawet }

Berapa banyak kombinasi makanan dan minuman yang dapat disusun dari kedua himpunan di atas?

Jawab:

$|A \times B| = |A| \cdot |B| = 4 \cdot 3 = 12$ kombinasi dan minuman, yaitu $\{(s, c), (s, t), (s, d), (g, c), (g, t), (g, d), (n, c), (n, t), (n, d), (m, c), (m, t), (m, d)\}$.

# HUKUM-HUKUM HIMPUNAN

- Disebut juga sifat-sifat (*properties*) himpunan
- Disebut juga hukum aljabar himpunan

| | |
|---|---|
| 1. Hukum identitas:<br>– $A \cup \emptyset = A$<br>– $A \cap U = A$ | 2. Hukum *null*/dominasi:<br>– $A \cap \emptyset = \emptyset$<br>– $A \cup U = U$ |
| 3. Hukum komplemen:<br>– $A \cup \overline{A} = U$<br>– $A \cap \overline{A} = \emptyset$ | 4. Hukum idempoten:<br>– $A \cup A = A$<br>– $A \cap A = A$ |

| | |
|---|---|
| 5. Hukum involusi:<br>– $\overline{(\overline{A})} = A$ | 6. Hukum penyerapan (absorpsi):<br>– $A \cup (A \cap B) = A$<br>– $A \cap (A \cup B) = A$ |
| 7. Hukum komutatif:<br>– $A \cup B = B \cup A$<br>– $A \cap B = B \cap A$ | 8. Hukum asosiatif:<br>– $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$<br>– $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ |
| 9. Hukum distributif:<br>– $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$<br>– $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ | 10. Hukum De Morgan:<br>– $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$<br>– $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ |
| 11. Hukum 0/1<br>– $\overline{\varnothing} = U$<br>– $\overline{U} = \varnothing$ | |