

# Relasi

- Relasi biner  $R$  antara himpunan  $A$  dan  $B$  adalah himpunan bagian dari  $A \times B$ .
- Notasi:  $R \subseteq (A \times B)$ .
- $a R b$  adalah notasi untuk  $(a, b) \in R$ , yang artinya  $a$  dihubungkan dengan  $b$  oleh  $R$
- $a \not R b$  adalah notasi untuk  $(a, b) \notin R$ , yang artinya  $a$  tidak dihubungkan oleh  $b$  oleh relasi  $R$ .
- Himpunan  $A$  disebut daerah asal (*domain*) dari  $R$ , dan himpunan  $B$  disebut daerah hasil (*range*) dari  $R$ .

### Contoh 1. Misalkan

$$A = \{ \text{Amir, Budi, Cecep} \}, \quad B = \{ \text{IF221, IF251, IF342, IF323} \}$$

$$A \times B = \{ (\text{Amir, IF221}), (\text{Amir, IF251}), (\text{Amir, IF342}), \\ (\text{Amir, IF323}), (\text{Budi, IF221}), (\text{Budi, IF251}), \\ (\text{Budi, IF342}), (\text{Budi, IF323}), (\text{Cecep, IF221}), \\ (\text{Cecep, IF251}), (\text{Cecep, IF342}), (\text{Cecep, IF323}) \}$$

Misalkan  $R$  adalah relasi yang menyatakan mata kuliah yang diambil oleh mahasiswa pada Semester Ganjil, yaitu

$$R = \{ (\text{Amir, IF251}), (\text{Amir, IF323}), (\text{Budi, IF221}), \\ (\text{Budi, IF251}), (\text{Cecep, IF323}) \}$$

- Dapat dilihat bahwa  $R \subseteq (A \times B)$ ,
- $A$  adalah daerah asal  $R$ , dan  $B$  adalah daerah hasil  $R$ .
- $(\text{Amir, IF251}) \in R$  atau Amir  $R$  IF251
- $(\text{Amir, IF342}) \notin R$  atau Amir  $\notin$  IF342.

**Contoh 2.** Misalkan  $P = \{2, 3, 4\}$  dan  $Q = \{2, 4, 8, 9, 15\}$ . Jika kita definisikan relasi  $R$  dari  $P$  ke  $Q$  dengan

$(p, q) \in R$  jika  $p$  habis membagi  $q$

maka kita peroleh

$$R = \{(2, 2), (2, 4), (4, 4), (2, 8), (4, 8), (3, 9), (3, 15)\}$$

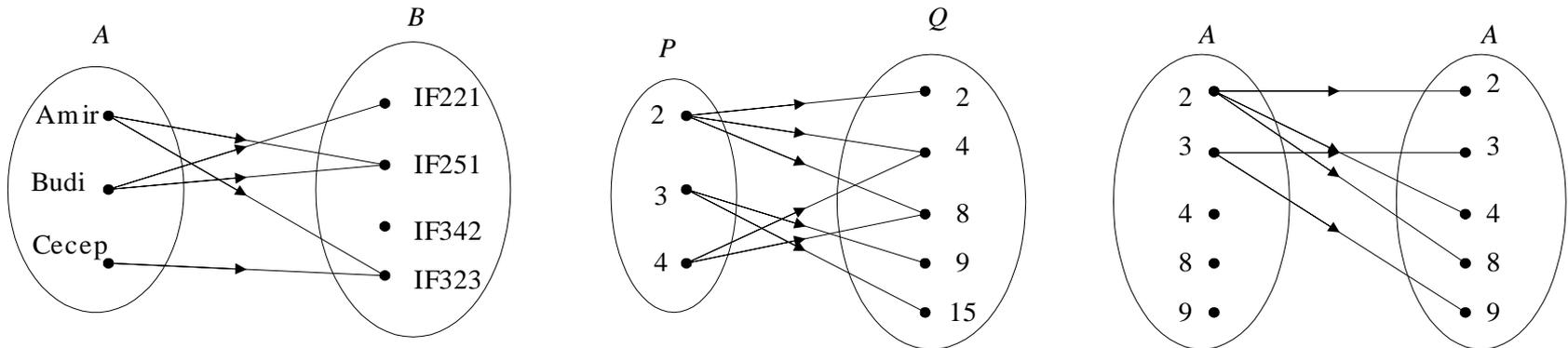
- Relasi pada sebuah himpunan adalah relasi yang khusus
- Relasi pada himpunan  $A$  adalah relasi dari  $A \times A$ .
- Relasi pada himpunan  $A$  adalah himpunan bagian dari  $A \times A$ .

**Contoh 3.** Misalkan  $R$  adalah relasi pada  $A = \{2, 3, 4, 8, 9\}$  yang didefinisikan oleh  $(x, y) \in R$  jika  $x$  adalah faktor prima dari  $y$ . Maka

$$R = \{(2, 2), (2, 4), (2, 8), (3, 3), (3, 9)\}$$

# Representasi Relasi

## 1. Representasi Relasi dengan Diagram Panah



## 2. Representasi Relasi dengan Tabel

- Kolom pertama tabel menyatakan daerah asal, sedangkan kolom kedua menyatakan daerah hasil.

**Tabel 1**

<i>A</i>	<i>B</i>
Amir	IF251
Amir	IF323
Budi	IF221
Budi	IF251
Cecep	IF323

**Tabel 2**

<i>P</i>	<i>Q</i>
2	2
2	4
4	4
2	8
4	8
3	9
3	15

**Tabel 3**

<i>A</i>	<i>A</i>
2	2
2	4
2	8
3	3
3	3

### 3. Representasi Relasi dengan Matriks

- Misalkan  $R$  adalah relasi dari  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$  dan  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ .
- Relasi  $R$  dapat disajikan dengan matriks  $M = [m_{ij}]$ ,

$$M = \begin{matrix} & b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ a_1 & \left[ \begin{array}{cccc} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{m1} & m_{m2} & \dots & m_{mn} \end{array} \right. \\ a_2 & \\ \vdots & \\ a_m & \end{matrix}$$

yang dalam hal ini

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, & (a_i, b_j) \in R \\ 0, & (a_i, b_j) \notin R \end{cases}$$

**Contoh 4.** Relasi  $R$  pada Contoh 1 dapat dinyatakan dengan matriks

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dalam hal ini,  $a_1 = \text{Amir}$ ,  $a_2 = \text{Budi}$ ,  $a_3 = \text{Cecep}$ , dan  $b_1 = \text{IF221}$ ,  $b_2 = \text{IF251}$ ,  $b_3 = \text{IF342}$ , dan  $b_4 = \text{IF323}$ .

Relasi  $R$  pada Contoh 2 dapat dinyatakan dengan matriks

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

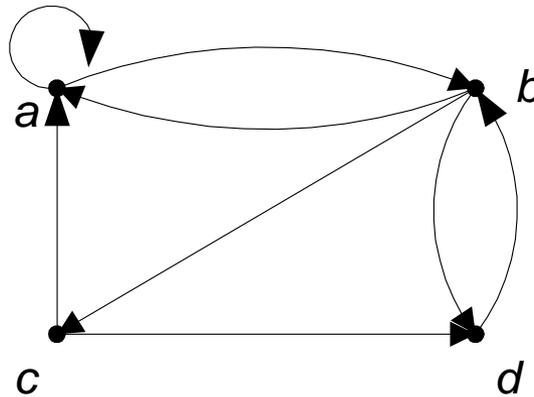
yang dalam hal ini,  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 3$ ,  $a_3 = 4$ , dan  $b_1 = 2$ ,  $b_2 = 4$ ,  $b_3 = 8$ ,  $b_4 = 9$ ,  $b_5 = 15$ .

#### 4. Representasi Relasi dengan Graf Berarah

- Relasi pada sebuah himpunan dapat direpresentasikan secara grafis dengan **graf berarah** (*directed graph* atau *digraph*)
- Graf berarah tidak didefinisikan untuk merepresentasikan relasi dari suatu himpunan ke himpunan lain.
- Tiap elemen himpunan dinyatakan dengan sebuah titik (disebut juga simpul atau *vertex*), dan tiap pasangan terurut dinyatakan dengan busur (*arc*)
- Jika  $(a, b) \in R$ , maka sebuah busur dibuat dari simpul  $a$  ke simpul  $b$ . Simpul  $a$  disebut **simpul asal** (*initial vertex*) dan simpul  $b$  disebut **simpul tujuan** (*terminal vertex*).
- Pasangan terurut  $(a, a)$  dinyatakan dengan busur dari simpul  $a$  ke simpul  $a$  sendiri. Busur semacam itu disebut **gelang** atau **kalang** (*loop*).

**Contoh 5.** Misalkan  $R = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, c), (b, d), (c, a), (c, d), (d, b)\}$  adalah relasi pada himpunan  $\{a, b, c, d\}$ .

$R$  direpresentasikan dengan graf berarah sbb:



# Sifat-sifat Relasi Biner

- Relasi biner yang didefinisikan pada sebuah himpunan mempunyai beberapa sifat.

## 1. Refleksif (*reflexive*)

- Relasi  $R$  pada himpunan  $A$  disebut **refleksif** jika  $(a, a) \in R$  untuk setiap  $a \in A$ .
- Relasi  $R$  pada himpunan  $A$  tidak refleksif jika ada  $a \in A$  sedemikian sehingga  $(a, a) \notin R$ .

**Contoh 6.** Misalkan  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , dan relasi  $R$  di bawah ini didefinisikan pada himpunan  $A$ , maka

- (a) Relasi  $R = \{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$  bersifat refleksif karena terdapat elemen relasi yang berbentuk  $(a, a)$ , yaitu  $(1, 1)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(3, 3)$ , dan  $(4, 4)$ .
- (b) Relasi  $R = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$  tidak bersifat refleksif karena  $(3, 3) \notin R$ .

**Contoh 7.** Relasi “habis membagi” pada himpunan bilangan bulat positif bersifat refleksif karena setiap bilangan bulat positif habis dibagi dengan dirinya sendiri, sehingga  $(a, a) \in R$  untuk setiap  $a \in A$ .

**Contoh 8.** Tiga buah relasi di bawah ini menyatakan relasi pada himpunan bilangan bulat positif  $\mathbf{N}$ .

$$R : x \text{ lebih besar dari } y, \quad S : x + y = 5, \quad T : 3x + y = 10$$

Tidak satupun dari ketiga relasi di atas yang refleksif karena, misalkan  $(2, 2)$  bukan anggota  $R$ ,  $S$ , maupun  $T$ .

■

- Relasi yang bersifat refleksif mempunyai matriks yang elemen diagonal utamanya semua bernilai 1, atau  $m_{ii} = 1$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ ,

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

- Graf berarah dari relasi yang bersifat refleksif dicirikan adanya gelang pada setiap simpulnya.

## 2. Menghantar (*transitive*)

- Relasi  $R$  pada himpunan  $A$  disebut **menghantar** jika  $(a, b) \in R$  dan  $(b, c) \in R$ , maka  $(a, c) \in R$ , untuk  $a, b, c \in A$ .

**Contoh 9.** Misalkan  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , dan relasi  $R$  di bawah ini didefinisikan pada himpunan  $A$ , maka

- (a)  $R = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$  bersifat menghantar. Lihat tabel berikut:

---

Pasangan berbentuk		
$(a, b)$	$(b, c)$	$(a, c)$
$(3, 2)$	$(2, 1)$	$(3, 1)$
$(4, 2)$	$(2, 1)$	$(4, 1)$
$(4, 3)$	$(3, 1)$	$(4, 1)$
$(4, 3)$	$(3, 2)$	$(4, 2)$

---

- (b)  $R = \{(1, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2)\}$  tidak menghantar karena  $(2, 4)$  dan  $(4, 2) \in R$ , tetapi  $(2, 2) \notin R$ , begitu juga  $(4, 2)$  dan  $(2, 3) \in R$ , tetapi  $(4, 3) \notin R$ .

- (c) Relasi  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$  jelas menghantar

- (d) Relasi  $R = \{(1, 2), (3, 4)\}$  menghantar karena tidak ada  $(a, b) \in R$  dan  $(b, c) \in R$  sedemikian sehingga  $(a, c) \in R$ .

Relasi yang hanya berisi satu elemen seperti  $R = \{(4, 5)\}$  selalu menghantar.

**Contoh 10.** Relasi “habis membagi” pada himpunan bilangan bulat positif bersifat menghantar. Misalkan bahwa  $a$  habis membagi  $b$  dan  $b$  habis membagi  $c$ . Maka terdapat bilangan positif  $m$  dan  $n$  sedemikian sehingga  $b = ma$  dan  $c = nb$ . Di sini  $c = nma$ , sehingga  $a$  habis membagi  $c$ . Jadi, relasi “habis membagi” bersifat menghantar.

**Contoh 11.** Tiga buah relasi di bawah ini menyatakan relasi pada himpunan bilangan bulat positif  $\mathbf{N}$ .

$$R : x \text{ lebih besar dari } y, \quad S : x + y = 6, \quad T : 3x + y = 10$$

- $R$  adalah relasi menghantar karena jika  $x > y$  dan  $y > z$  maka  $x > z$ .
- $S$  tidak menghantar karena, misalkan  $(4, 2)$  dan  $(2, 4)$  adalah anggota  $S$  tetapi  $(4, 4) \notin S$ .
- $T = \{(1, 7), (2, 4), (3, 1)\}$  menghantar.

- Relasi yang bersifat menghantar tidak mempunyai ciri khusus pada matriks representasinya
- Sifat menghantar pada graf berarah ditunjukkan oleh: jika ada busur dari  $a$  ke  $b$  dan dari  $b$  ke  $c$ , maka juga terdapat busur berarah dari  $a$  ke  $c$ .

### 3. Setangkup (*symmetric*) dan tak-setangkup (*antisymmetric*)

- Relasi  $R$  pada himpunan  $A$  disebut **setangkup** jika  $(a, b) \in R$ , maka  $(b, a) \in R$  untuk  $a, b \in A$ .
- Relasi  $R$  pada himpunan  $A$  tidak setangkup jika  $(a, b) \in R$  sedemikian sehingga  $(b, a) \notin R$ .
- Relasi  $R$  pada himpunan  $A$  sedemikian sehingga  $(a, b) \in R$  dan  $(b, a) \in R$  hanya jika  $a = b$  untuk  $a, b \in A$  disebut **tolak-setangkup**.
- Relasi  $R$  pada himpunan  $A$  tidak tolak-setangkup jika ada elemen berbeda  $a$  dan  $b$  sedemikian sehingga  $(a, b) \in R$  dan  $(b, a) \in R$ .

**Contoh 12.** Misalkan  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , dan relasi  $R$  di bawah ini didefinisikan pada himpunan  $A$ , maka

(a) Relasi  $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 4), (4, 2), (4, 4)\}$  bersifat setangkup karena jika  $(a, b) \in R$  maka  $(b, a)$  juga  $\in R$ . Di sini  $(1, 2)$  dan  $(2, 1) \in R$ , begitu juga  $(2, 4)$  dan  $(4, 2) \in R$ .

(b) Relasi  $R = \{(1, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2)\}$  tidak setangkup karena  $(2, 3) \in R$ , tetapi  $(3, 2) \notin R$ .

(c) Relasi  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$  tolak-setangkup karena  $1 = 1$  dan  $(1, 1) \in R$ ,  $2 = 2$  dan  $(2, 2) \in R$ , dan  $3 = 3$  dan  $(3, 3) \in R$ . Perhatikan bahwa  $R$  juga setangkup.

(d) Relasi  $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3)\}$  tolak-setangkup karena  $(1, 1) \in R$  dan  $1 = 1$  dan,  $(2, 2) \in R$  dan  $2 = 2$  dan. Perhatikan bahwa  $R$  tidak setangkup.

(e) Relasi  $R = \{(1, 1), (2, 4), (3, 3), (4, 2)\}$  tidak tolak-setangkup karena  $2 \neq 4$  tetapi  $(2, 4)$  dan  $(4, 2)$  anggota  $R$ . Relasi  $R$  pada (a) dan (b) di atas juga tidak tolak-setangkup.

(f) Relasi  $R = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$  tidak setangkup tetapi tolak-setangkup.

Relasi  $R = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 2), (4, 4)\}$  tidak setangkup dan tidak tolak-setangkup.  $R$  tidak setangkup karena  $(4, 2) \in R$  tetapi  $(2, 4) \notin R$ .  $R$  tidak tolak-setangkup karena  $(2, 3) \in R$  dan  $(3, 2) \in R$  tetap  $2 \neq 3$ .

**Contoh 13.** Relasi “habis membagi” pada himpunan bilangan bulat positif tidak setangkup karena jika  $a$  habis membagi  $b$ ,  $b$  tidak habis membagi  $a$ , kecuali jika  $a = b$ . Sebagai contoh, 2 habis membagi 4, tetapi 4 tidak habis membagi 2. Karena itu,  $(2, 4) \in R$  tetapi  $(4, 2) \notin R$ . Relasi “habis membagi” tolak-setangkup karena jika  $a$  habis membagi  $b$  dan  $b$  habis membagi  $a$  maka  $a = b$ . Sebagai contoh, 4 habis membagi 4. Karena itu,  $(4, 4) \in R$  dan  $4 = 4$ .

**Contoh 14.** Tiga buah relasi di bawah ini menyatakan relasi pada himpunan bilangan bulat positif  $\mathbf{N}$ .

$$R : x \text{ lebih besar dari } y, \quad S : x + y = 6, \quad T : 3x + y = 10$$

- $R$  bukan relasi setangkup karena, misalkan 5 lebih besar dari 3 tetapi 3 tidak lebih besar dari 5.
- $S$  relasi setangkup karena  $(4, 2)$  dan  $(2, 4)$  adalah anggota  $S$ .
- $T$  tidak setangkup karena, misalkan  $(3, 1)$  adalah anggota  $T$  tetapi  $(1, 3)$  bukan anggota  $T$ .
- $S$  bukan relasi tolak-setangkup karena, misalkan  $(4, 2) \in S$  dan  $(4, 2) \in S$  tetapi  $4 \neq 2$ .
- Relasi  $R$  dan  $T$  keduanya tolak-setangkup (tunjukkan!).

- Relasi yang bersifat setangkup mempunyai matriks yang elemen-elemen di bawah diagonal utama merupakan pencerminan dari elemen-elemen di atas diagonal utama, atau  $m_{ij} = m_{ji} = 1$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, n$  :

$$\begin{bmatrix} & & 1 & & \\ & & & & 0 \\ 1 & & & & \\ & & & & \\ & 0 & & & \end{bmatrix}$$

- Sedangkan graf berarah dari relasi yang bersifat setangkup dicirikan oleh: jika ada busur dari  $a$  ke  $b$ , maka juga ada busur dari  $b$  ke  $a$ .

- Matriks dari relasi tolak-setangkup mempunyai sifat yaitu jika  $m_{ij} = 1$  dengan  $i \neq j$ , maka  $m_{ji} = 0$ . Dengan kata lain, matriks dari relasi tolak-setangkup adalah jika salah satu dari  $m_{ij} = 0$  atau  $m_{ji} = 0$  bila  $i \neq j$  :

$$\begin{bmatrix} & & 1 & & \\ & \diagdown & & \diagup & 0 \\ 0 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 0 & & \diagdown & 1 \end{bmatrix}$$

- Sedangkan graf berarah dari relasi yang bersifat tolak-setangkup dicirikan oleh: jika dan hanya jika tidak pernah ada dua busur dalam arah berlawanan antara dua simpul berbeda.

# Relasi Inversi

- Misalkan  $R$  adalah relasi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$ . Invers dari relasi  $R$ , dilambangkan dengan  $R^{-1}$ , adalah relasi dari  $B$  ke  $A$  yang didefinisikan oleh

$$R^{-1} = \{ (b, a) \mid (a, b) \in R \}$$

**Contoh 15.** Misalkan  $P = \{2, 3, 4\}$  dan  $Q = \{2, 4, 8, 9, 15\}$ . Jika kita definisikan relasi  $R$  dari  $P$  ke  $Q$  dengan

$$(p, q) \in R \text{ jika } p \text{ habis membagi } q$$

maka kita peroleh

$$R = \{(2, 2), (2, 4), (4, 4), (2, 8), (4, 8), (3, 9), (3, 15)\}$$

$R^{-1}$  adalah *invers* dari relasi  $R$ , yaitu relasi dari  $Q$  ke  $P$  dengan

$$(q, p) \in R^{-1} \text{ jika } q \text{ adalah kelipatan dari } p$$

maka kita peroleh

Jika  $M$  adalah matriks yang merepresentasikan relasi  $R$ ,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

maka matriks yang merepresentasikan relasi  $R^{-1}$ , misalkan  $N$ , diperoleh dengan melakukan *transpose* terhadap matriks  $M$ ,

$$N = M^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Mengkombinasikan Relasi

- Karena relasi biner merupakan himpunan pasangan terurut, maka operasi himpunan seperti irisan, gabungan, selisih, dan beda setangkup antara dua relasi atau lebih juga berlaku.
- Jika  $R_1$  dan  $R_2$  masing-masing adalah relasi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$ , maka  $R_1 \cap R_2$ ,  $R_1 \cup R_2$ ,  $R_1 - R_2$ , dan  $R_1 \oplus R_2$  juga adalah relasi dari  $A$  ke  $B$ .

**Contoh 16.** Misalkan  $A = \{a, b, c\}$  dan  $B = \{a, b, c, d\}$ .

$$\text{Relasi } R_1 = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$$

$$\text{Relasi } R_2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d)\}$$

$$R_1 \cap R_2 = \{(a, a)\}$$

$$R_1 \cup R_2 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (a, c), (a, d)\}$$

$$R_1 - R_2 = \{(b, b), (c, c)\}$$

$$R_2 - R_1 = \{(a, b), (a, c), (a, d)\}$$

$$R_1 \oplus R_2 = \{(b, b), (c, c), (a, b), (a, c), (a, d)\}$$

- Jika relasi  $R_1$  dan  $R_2$  masing-masing dinyatakan dengan matriks  $M_{R_1}$  dan  $M_{R_2}$ , maka matriks yang menyatakan gabungan dan irisan dari kedua relasi tersebut adalah

$$M_{R_1 \cup R_2} = M_{R_1} \vee M_{R_2} \quad \text{dan} \quad M_{R_1 \cap R_2} = M_{R_1} \wedge M_{R_2}$$

**Contoh 17.** Misalkan bahwa relasi  $R_1$  dan  $R_2$  pada himpunan  $A$  dinyatakan oleh matriks

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

maka

$$M_{R_1 \cup R_2} = M_{R_1} \vee M_{R_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{R_1 \cap R_2} = M_{R_1} \wedge M_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Komposisi Relasi

- Misalkan  $R$  adalah relasi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$ , dan  $S$  adalah relasi dari himpunan  $B$  ke himpunan  $C$ . Komposisi  $R$  dan  $S$ , dinotasikan dengan  $S \circ R$ , adalah relasi dari  $A$  ke  $C$  yang didefinisikan oleh

$$S \circ R = \{ (a, c) \mid a \in A, c \in C, \text{ dan untuk beberapa } b \in B, (a, b) \in R \text{ dan } (b, c) \in S \}$$

**Contoh 18.** Misalkan

$$R = \{(1, 2), (1, 6), (2, 4), (3, 4), (3, 6), (3, 8)\}$$

adalah relasi dari himpunan  $\{1, 2, 3\}$  ke himpunan  $\{2, 4, 6, 8\}$  dan

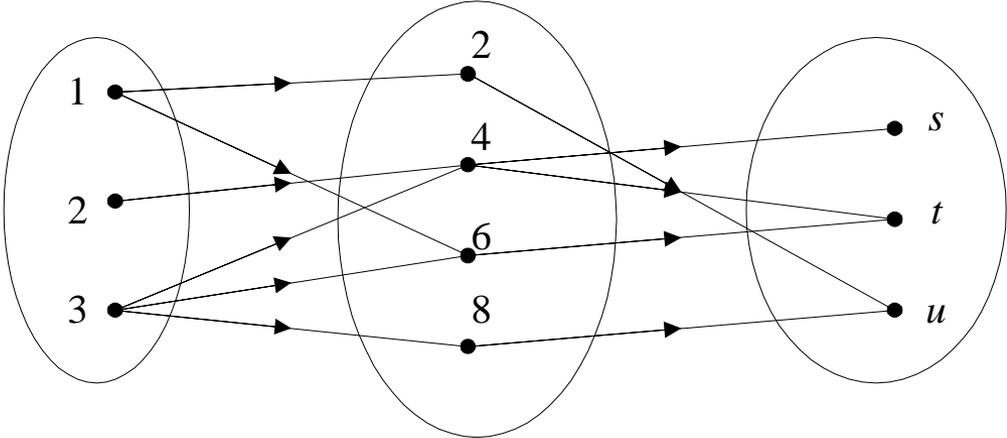
$$S = \{(2, u), (4, s), (4, t), (6, t), (8, u)\}$$

adalah relasi dari himpunan  $\{2, 4, 6, 8\}$  ke himpunan  $\{s, t, u\}$ .

Maka komposisi relasi  $R$  dan  $S$  adalah

$$S \circ R = \{(1, u), (1, t), (2, s), (2, t), (3, s), (3, t), (3, u)\}$$

Komposisi relasi  $R$  dan  $S$  lebih jelas jika diperagakan dengan diagram panah:



- Jika relasi  $R_1$  dan  $R_2$  masing-masing dinyatakan dengan matriks  $M_{R_1}$  dan  $M_{R_2}$ , maka matriks yang menyatakan komposisi dari kedua relasi tersebut adalah

$$M_{R_2 \circ R_1} = M_{R_1} \cdot M_{R_2}$$

yang dalam hal ini operator “.” sama seperti pada perkalian matriks biasa, tetapi dengan mengganti tanda kali dengan “ $\wedge$ ” dan tanda tambah dengan “ $\vee$ ”.

**Contoh 19.** Misalkan bahwa relasi  $R_1$  dan  $R_2$  pada himpunan  $A$  dinyatakan oleh matriks

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

maka matriks yang menyatakan  $R_2 \circ R_1$  adalah

$$M_{R_2 \circ R_1} = M_{R_1} \cdot M_{R_2}$$

$$= \begin{bmatrix} (1 \wedge 0) \vee (0 \wedge 0) \vee (1 \wedge 1) & (1 \wedge 1) \vee (0 \wedge 0) \vee (1 \wedge 0) & (1 \wedge 0) \\ (1 \wedge 0) \vee (1 \wedge 0) \vee (0 \wedge 1) & (1 \wedge 1) \vee (1 \wedge 0) \vee (0 \wedge 0) & (1 \wedge 0) \\ (0 \wedge 0) \vee (0 \wedge 0) \vee (0 \wedge 1) & (0 \wedge 1) \vee (0 \wedge 0) \vee (0 \wedge 0) & (0 \wedge 0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## Relasi *n*-ary

- Relasi biner hanya menghubungkan antara dua buah himpunan.
- Relasi yang lebih umum menghubungkan lebih dari dua buah himpunan. Relasi tersebut dinamakan relasi *n*-ary (baca: ener).
- Jika  $n = 2$ , maka relasinya dinamakan relasi biner ( $bi = 2$ ). Relasi *n*-ary mempunyai terapan penting di dalam basisdata.
- Misalkan  $A_1, A_2, \dots, A_n$  adalah himpunan. Relasi *n*-ary  $R$  pada himpunan-himpunan tersebut adalah himpunan bagian dari  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ , atau dengan notasi  $R \subseteq A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ . Himpunan  $A_1, A_2, \dots, A_n$  disebut daerah asal relasi dan  $n$  disebut **derajat**.